

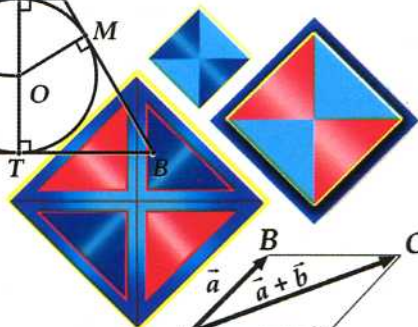
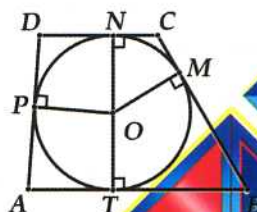
Н. Б. Мельникова, Г. А. Захарова

Дидактические материалы по геометрии

К учебнику Л. С. Атанасяна и др.
«Геометрия. 7–9 классы»

- ♦ Обучающие работы
- ♦ Математические диктанты
- ♦ Тематические проверочные работы
- ♦ Контрольные работы
- ♦ Дополнительные задачи
- ♦ Ответы

8
класс



8

класс

Н. Б. Мельникова, Г. А. Захарова

Дидактические материалы по геометрии

К учебнику Л. С. Атанасяна и др.
«Геометрия. 7–9 классы»
(М. : Просвещение)

8 класс

Издание пятое, переработанное и дополненное

*Обучающие работы
Математические диктанты
Тематические проверочные
работы
Контрольные работы
Дополнительные задачи
Ответы*

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2017

УДК 372.8:514
ББК 74.262.21
М48

Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Мельникова Н. Б.

М48 Дидактические материалы по геометрии: 8 класс: к учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы». ФГОС (к новому учебнику) / Н. Б. Мельникова, Г. А. Захарова. — 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство «Экзамен», 2017. — 143, [1] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-11511-3

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Предлагаемые дидактические материалы призваны помочь учителю, работающему по учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9» (М.: Просвещение).

Пособие написано к учебнику, переработанному в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом и полностью соответствует требованиям, предъявляемым стандартом к уровню изложения материала. Предлагаемые задания удовлетворяют требованиям планируемых результатов обучения как обязательного, так и повышенного уровня сложности.

Данное пособие состоит из нескольких разделов, включающих задания для работы учащихся на разных этапах учебного процесса. По каждому разделу предлагаются обучающие, проверочные и контрольные работы в 4-х вариантах; математические диктанты, дополнительные задания разного уровня сложности для дифференцированного обучения. К задачам даны ответы, а к некоторым — указания к решению.

Структура контрольных работ и форма заданий соответствуют структуре и форме заданий Основного государственного экзамена (ОГЭ).

Приказом № 699 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 372.8:514

ББК 74.262.21

Подписано в печать 14.09.2016. Формат 60х90/16. Гарнитура «Школьная».

Бумага офсетная. Уч.-изд. л. 3,78. Усл. печ. л. 11,0.

Тираж 5000 экз. Заказ №1050.

ISBN 978-5-377-11511-3

© Мельникова Н. Б., Захарова Г. А., 2017
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2017

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
ОБУЧАЮЩИЕ РАБОТЫ.....	9
Четырехугольники.....	9
Обучающая работа № 1. Определение параллелограмма.	
Признаки параллелограмма	9
Обучающая работа № 2. Свойства параллелограмма	11
Обучающая работа № 3. Биссектриса угла	
параллелограмма	13
Обучающая работа № 4. Трапеция	15
Обучающая работа № 5. Прямоугольник	17
Обучающая работа № 6. Свойства ромба. Свойства	
квадрата	19
ТЕОРЕМА ПИФАГОРА	21
Обучающая работа № 7. Площадь прямоугольника.	
Площадь квадрата. Равновеликие фигуры	21
Обучающая работа № 8. Площадь треугольника.	
Площадь параллелограмма	23
Обучающая работа № 9. Теорема Пифагора (1)	25
Обучающая работа № 10. Теорема Пифагора (2)	26
Обучающая работа № 11. Теорема Пифагора (3)	28
Обучающая работа № 12. Площади	30
Подобные треугольники	32
Обучающая работа № 13. Подобие треугольников	32
Обучающая работа № 14. Признаки подобия	
треугольников	33
Обучающая работа № 15. Пропорциональные отрезки	
в прямоугольном треугольнике	35
Обучающая работа № 16. Средняя линия	
треугольника	36
Обучающая работа № 17. Решение прямоугольных	
треугольников (1)	38
Обучающая работа № 18. Решение прямоугольных	
треугольников (2)	40
Обучающая работа № 19. Окружность	42
Обучающая работа № 20. Пропорциональные отрезки	
в круге	43
Векторы	45
Обучающая работа № 21. Понятие вектора	45
Обучающая работа № 22. Действия над векторами (1) ..	47
Обучающая работа № 23. Действия над векторами (2) ..	48

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДИКТАНТЫ.....	49
Четырехугольники.....	49
Математический диктант № 1. Определение параллелограмма	49
Математический диктант № 2. Свойства параллелограмма	50
Математический диктант № 3. Виды параллелограммов	51
Математический диктант № 4. Трапеция	52
Площадь. Теорема Пифагора.....	53
Математический диктант № 5. Площадь	53
Математический диктант № 6. Теорема Пифагора.....	54
Окружность.....	55
Математический диктант № 7. Окружность.....	55
Векторы	56
Математический диктант № 8. Понятие вектора	56
Математический диктант № 9. Действия над векторами	57
ПРОВЕРОЧНЫЕ РАБОТЫ	58
Проверочная работа № 1. Параллелограмм. (1)	58
Проверочная работа № 2. Параллелограмм. (2)	60
Проверочная работа № 3. Теорема Пифагора	62
Проверочная работа № 4. Подобие треугольников	64
Проверочная работа № 5. Окружность	68
КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ	72
Контрольная работа № 1. Четырехугольники	72
Контрольная работа № 2. Теорема Пифагора. Площадь.....	78
Контрольная работа № 3. Подобные треугольники	83
Контрольная работа № 4. Окружность	89
Контрольная работа № 5. Итоговая контрольная работа	96
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ	105
Дополнительные задачи. Тема № 1. Четырехугольники.....	105
Дополнительные задачи. Тема № 2. Площадь. Теорема Пифагора	111
Дополнительные задачи. Тема № 3. Подобие треугольников. Решение прямоугольных треугольников.....	115
Дополнительные задачи. Тема № 4. Окружность.....	120
Дополнительные задачи. Тема № 5. Средняя линия трапеции	125
ОТВЕТЫ.....	127

ПРЕДИСЛОВИЕ

Анализ результатов ЕГЭ и ОГЭ по математике показывает, что преподавание геометрии в основной школе идет трудно в силу различных причин. Одна из существенных причин этих трудностей, на наш взгляд (и думаем, что нас поддержат многие учителя), кроется в недостатке отведенного времени на изучение большого объема геометрического материала. Пособие включает следующие разделы:

Обучающие работы:

- для первичного закрепления,
- для формирования основных умений,
- для организации текущего контроля,
- для индивидуальной работы по восполнению пробелов в подготовке учеников.

Объем каждой обучающей работы не превышает временные возможности проведения традиционной самостоятельной работы на уроке. Предполагается, что эти упражнения учитель может использовать и в других целях. Кроме того, учитывая подготовленность класса или подготовку отдельных учеников в случае индивидуальных заданий, учитель может по-разному отобрать задачи для самостоятельной работы. Встречаются обучающие работы, в которых выделены обязательная и дополнительная части (дополнительная часть включает одну задачу).

Математические диктанты:

- как средство учителю проверить готовность класса к изложению нового материала,
- представляют собой систему вопросов, связанных между собой,
- как помощь учителю эффективно тренировать устойчивость внимания школьников, оперативную память, умение сосредотачиваться,
- быстрая проверка и самопроверка знаний и умений.

Тематические проверочные работы:

- в проверочных работах выделены обязательная и дополнительная части, как правило, включающие по две задачи. Работы даны в четырех вариантах, равноценных по уровню сложности задач.

Дополнительные задачи:

- для подготовки к контрольным мероприятиям,
- как домашнее задание на весь период изучения темы,
- как средство ученику самостоятельно проверить усвоенность материала темы.

Контрольные работы

Пособие включает четыре тематические контрольные работы и одну итоговую работу. Каждая контрольная работа рассчитана на один урок. Все работы составлены в четырех вариантах одинакового уровня сложности.

Для подготовки к контрольной работе даются задания, проверяющие те же знания и умения, что и задания контрольной работы. Вместе с тем подготовительные задания по форме несколько отличаются от заданий контрольной работы. Задания для подготовки к контрольной работе можно предложить учащимся накануне проведения работы в качестве домашнего задания. Другой формой подготовки к проверочной работе может явиться проведение обучающей самостоятельной работы по заданиям данного раздела. Обучающая самостоятельная работа, с одной стороны, не предполагает выставления оценок, с другой стороны — после ее проведения необходимо разобрать решение всех задач или хотя бы тех задач, которые вызвали затруднения у большинства учащихся.

Структура контрольной работы

Каждая работа состоит из трех частей, соответствующих форме предлагаемых заданий.

В часть 1 включаются задания с выбором ответа. Учащимся нужно выбрать из предложенных вариантов либо верное утверждение, либо нужный рисунок. При этом верных ответов может быть несколько, и учащимся необ-

ходимо записать номера ответов, которые, по их мнению, верны. Заметим, что, вообще говоря, в заданиях с выбором ответа применяются два подхода. При первом подходе среди предлагаемых вариантов ответа имеется только один правильный. При втором — верных ответов может быть несколько, и результатом решения задачи является не один номер, а номера всех верных ответов. При этом задание считается выполненным верно, если указаны номера всех верных ответов. (Иногда такое задание оценивается несколькими баллами и возможны варианты оценивания в зависимости от числа правильно выбранных ответов.)

В часть 2 входят вычислительные задачи, которые необходимо решить и записать число, которое получилось в результате вычислений.

При выполнении частей 1 и 2 контрольной работы учащиеся не записывают ни обоснования, ни вычисления, нужные для решения задач. Все записи или рисунки учащиеся, в случае необходимости, могут делать в черновике. Черновик не сдается учителю и не влияет на оценку за выполнение работы.

В части 3 имеются и задачи на доказательство, и задачи на вычисление геометрических величин. Решение этих задач должно быть оформлено письменно, как в традиционной контрольной работе. Следует иметь в виду, что при записи решения вычислительных задач, так же как и при решении задач на доказательство, необходимо приводить обоснования с использованием изученных геометрических фактов.

Последняя задача в каждом варианте, отмеченная звездочкой, предназначена для наиболее подготовленных учащихся, успевающих достаточно быстро выполнить все предыдущие задания. В зависимости от уровня подготовленности класса эту задачу можно считать дополнительной, и оценивать ее решение отдельно.

Перед проведением первой контрольной работы необходимо подробно проинструктировать учащихся о том, как они должны оформить решение задач. Полезно при-

вести пример, показывающий, как должны выглядеть ответы на задачи частей 1 и 2:

1. 1; 2; 3

2. 35°

Следует напомнить эти инструкции и при проведении каждой последующей контрольной работы.

Дифференцированный подход к учащимся осуществляется за счет того, что в работах представлены задания разного уровня, которые, как правило, расположены по мере возрастания уровня сложности. Номера заданий обязательного уровня, посильных для менее подготовленных учащихся, отмечены кружком. Такие задания представлены во всех трех частях работы.

Следует заметить, что при традиционном письменном оформлении решения задач предлагаемое в контрольных работах количество задач было бы нереально решить за один урок. Однако нужно иметь в виду, что задания с выбором ответа и с кратким ответом не требуют времени на оформление решения, и очень часто ответы на них могут быть получены устно. Поэтому основные затраты времени будут связаны с решением задач части 3.

Выражаем огромную благодарность учителям, которые, знакомясь с отдельными разделами книги, внесли свои замечания и предложения, и в первую очередь Н.В. Жилиевой, оказавшей большую помощь в подготовке пособия.

Авторы

ОБУЧАЮЩИЕ РАБОТЫ

ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

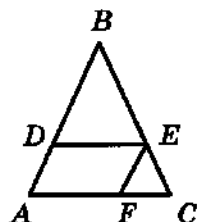
ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 1

Определение параллелограмма.

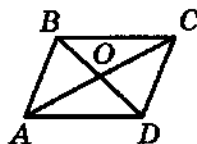
Признаки параллелограмма

ВАРИАНТ 1

1. Дан $\triangle ABC$ (см. рисунок). Параллельно сторонам AB и AC проведены прямые EF и DE . Определите вид четырехугольника $ADEF$.

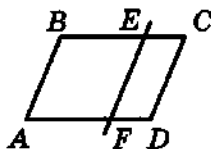


2. Дано: AO — медиана $\triangle ABD$, BO — медиана $\triangle ABC$ (см. рисунок). Докажите, что $ABCD$ — параллелограмм.



ВАРИАНТ 2

1. Прямая EF параллельна стороне AB параллелограмма $ABCD$ (см. рисунок). Докажите, что $ABEF$ — параллелограмм.

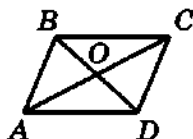


2. В $\triangle ABC$ проведена медиана BM . На ее продолжении за точку M отложен отрезок MD , равный BM . Докажите, что четырехугольник $ABCD$ является параллелограммом.

ВАРИАНТ 3

1. В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ BD . Докажите, что $\angle ABD = \angle CDB$.

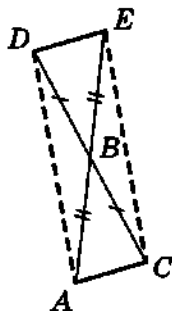
2. Дано: $AC = 6$ см, $BD = 8$ см, $AO = 3$ см, $OD = 4$ см (см. рисунок). Определите вид четырехугольника $ABCD$.



ВАРИАНТ 4

1. Дан параллелограмм $ABCD$, его диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что $\triangle AOD = \triangle COB$.

2. Стороны AB и BC треугольника ABC продолжены за точку B (см. рисунок), $BD = BC$, $BE = AB$. Докажите, что четырехугольник $ADEC$ — параллелограмм.



ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 2

Свойства параллелограмма

ВАРИАНТ 1

1. $ABCD$ — параллелограмм, $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle BAC = 40^\circ$. Найдите $\angle ADC$.

2. Одна из сторон параллелограмма на 12 см больше другой. Периметр параллелограмма равен 56 см. Найдите стороны параллелограмма.

ВАРИАНТ 2

1. В параллелограмме $MPKC$ диагональ PC перпендикулярна стороне MC и равна ей. Найдите углы параллелограмма.

2. Периметр параллелограмма равен 60 см. Найдите длины сторон, если известно, что диагональ параллелограмма делит угол на части 30° и 90° .

ВАРИАНТ 3

1. В параллелограмме $MPKC$ из вершины тупого угла P проведена высота PH к стороне MC так, что $MH = HP$. Найдите углы параллелограмма.

2. Найдите длины высот параллелограмма, если известно, что стороны равны 10 см и 12 см, а углы относятся как 5 : 1.

ВАРИАНТ 4

1. Найдите углы параллелограмма, если известно, что один из них в 8 раз меньше суммы всех остальных углов параллелограмма.

2. В треугольнике ABC на продолжении медианы BM за точку M отложен отрезок $MH = BM$. Найдите периметр четырехугольника $ABCH$, если периметр треугольника ABC равен 42 см, $AM = 7$ см.

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 3

Биссектриса угла параллелограмма

ВАРИАНТ 1

1. Биссектриса угла параллелограмма пересекает его сторону, образуя с ней угол 48° . Найдите углы параллелограмма.

2. Биссектриса угла M параллелограмма $MPKC$ пересекает сторону PK в точке B . Найдите периметр параллелограмма, если $MP = 14$, $BK = 15$ см.

ВАРИАНТ 2

1. Биссектриса угла параллелограмма пересекает его сторону, образуя с ней угол 35° . Найдите углы параллелограмма.

2. Периметр параллелограмма $ABCD$ равен 36 см. Биссектрисы углов BAD и CDA пересекаются на стороне BC . Найдите длины сторон параллелограмма.

ВАРИАНТ 3

1. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCK$ пересекает сторону BC в точке M . Найдите углы параллелограмма, если известно, что $\angle AMC = 138^\circ$.

2. Периметр параллелограмма $ABCD$ равен 40 см. Биссектриса AK угла BAD и биссектриса DM угла CDA делят сторону BC на три равные части так, что точка K лежит между точками B и M . Найдите длины сторон параллелограмма.

ВАРИАНТ 4

1. Биссектриса угла K параллелограмма $ABCK$ пересекает сторону BC в точке M . Найдите углы параллелограмма, если известно, что $\angle BMK = 146^\circ$.

2. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в ее середине M . Периметр треугольника ABM равен 16 см, а длина отрезка AM больше стороны AB на 1 см. Найдите периметр параллелограмма.

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 4

Трапеция

ВАРИАНТ 1

1. В равнобедренной трапеции высота, проведенная из вершины тупого угла, делит большее основание на отрезки 5 см и 15 см. Найдите основания трапеции.

2*. Два противоположных угла равнобедренной трапеции относятся как 2 : 7. Найдите углы трапеции.

ВАРИАНТ 2

1. В равнобедренной трапеции диагональ является биссектрисой острого угла. Периметр трапеции равен 14 см, а большее основание — 5 см. Найдите меньшее основание.

2*. В равнобедренной трапеции диагональ перпендикулярна боковой стороне. Найдите углы трапеции, если известно, что боковая сторона в два раза меньше большего основания.

ВАРИАНТ 3

1. В равнобедренной трапеции сумма оснований равна сумме боковых сторон, периметр равен 32 см. Найдите боковую сторону трапеции.

2*. Могут ли углы трапеции $MKPH$ быть пропорциональны числам $5 : 13 : 11 : 7$?

ВАРИАНТ 4

1. В равнобедренной трапеции $ABCM$ (AM – большее основание) диагональ AC – биссектриса угла A . Найдите углы трапеции, если $\angle ACM = 81^\circ$.

2*. Равнобедренную трапецию диагональ разбила на два треугольника, разность периметров которых равна 12 см, а сумма оснований равна 36 см. Найдите основания трапеции.

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 5

Прямоугольник

ВАРИАНТ 1

1. В прямоугольнике $ABCD$ проведена диагональ AC . Известно, что $\angle BAC$ в 2 раза больше, чем $\angle ACB$. Чему равны эти углы?

2. Одна из сторон прямоугольника на 3 см больше другой. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 18 см.

ВАРИАНТ 2

1. Меньшая сторона прямоугольника равна 5 см, угол между диагоналями равен 60° . Найдите диагонали прямоугольника.

2. Дан прямоугольник $ABCD$, O — точка пересечения его диагоналей. Докажите, что $\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ — равные равнобедренные треугольники.

ВАРИАНТ 3

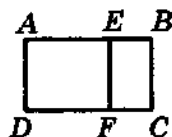
1. Найдите диагонали прямоугольника, если его периметр равен 98 см, а периметр одного из треугольников, на которые диагональ разделила прямоугольник, равен 90 см.

2. Докажите, что отрезок, соединяющий точку пересечения диагоналей прямоугольника с серединой стороны, перпендикулярен этой стороне.

ВАРИАНТ 4

1. В прямоугольнике $MPKC$ диагональ PC в 8 раз больше стороны MP . Периметр треугольника MOP равен 45 см (O – точка пересечения диагоналей). Найдите длину диагонали MK .

2. Из точки E , взятой на стороне BA прямоугольника $ABCD$, опущен перпендикуляр EF на сторону CD . Докажите, что четырехугольник $AEFD$ — прямоугольник.



ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 6

Свойства ромба. Свойства квадрата

ВАРИАНТ 1

1. Один из углов ромба равен 70° . Определите остальные углы.

2. В квадрате расстояние от точки пересечения диагоналей до одной из его сторон равно 5. Найдите периметр этого квадрата.

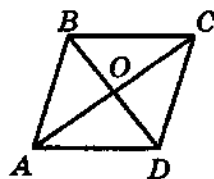
ВАРИАНТ 2

1. В ромбе $ABCD$ проведена диагональ AC . Определите вид треугольника ABC и найдите его углы, если $\angle ADC = 130^\circ$.

2. В окружности проведены два взаимно перпендикулярных диаметра AC и BD . Определите вид четырехугольника $ABCD$.

ВАРИАНТ 3

1. В ромбе $ABCD$ $\angle ABC = 140^\circ$. Найдите углы треугольника AOB (O — точка пересечения диагоналей).

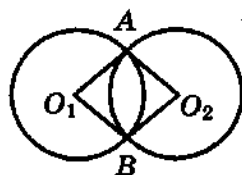


2. В квадрате $ABCD$ проведена диагональ AC . Определите вид треугольника ACD и найдите все его углы.

ВАРИАНТ 4

1. Диагонали квадрата $ABCD$ пересекаются в точке O . Определите вид треугольника AOD и найдите все его углы.

2. Две окружности с центрами в точках O_1 и O_2 и равными радиусами пересекаются в точках A и B (см. рисунок). Определите вид четырехугольника O_1AO_2B .



ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 7

Площадь прямоугольника. Площадь квадрата.
Равновеликие фигуры

ВАРИАНТ 1

1. Стороны прямоугольника равны 9 см и 16 см. Найдите сторону равновеликого квадрата.
2. Найдите площадь прямоугольника, если известно, что одна сторона больше другой на 4 см, а периметр равен 44 см.

ВАРИАНТ 2

1. Стороны прямоугольника равны $\sqrt{5}$ см и $\sqrt{20}$ см. Найдите сторону равновеликого квадрата.
2. Найдите площадь прямоугольника, если известно, что отношение его сторон равно 5 : 2, а периметр равен 56 см.

ВАРИАНТ 3

1. Стороны прямоугольника равны 12 см и 18 см. Найдите сторону равновеликого квадрата.

2. Найдите периметр прямоугольника, если известно, что отношение его сторон равно $7 : 2$, а площадь равна 56 см^2 .

ВАРИАНТ 4

1. Стороны прямоугольника равны $\sqrt{12}$ см и $\sqrt{75}$ см. Найдите сторону равновеликого квадрата.

2. Найдите периметр прямоугольника, если известно, что одна сторона больше другой в 19 раз, а площадь равна 76 см^2 .

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 8

Площадь треугольника. Площадь параллелограмма

ВАРИАНТ 1

1. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катеты равны 3 см и 5 см.
2. Найдите площадь треугольника, если его основание и высота соответственно равны 6 см и 8 см.
3. Найдите неизвестную сторону параллелограмма, если его высоты равны 7 см и 5 см, а сторона, к которой проведена меньшая высота, равна 14 см.

ВАРИАНТ 2

1. Найдите катет прямоугольного треугольника, если его площадь 15 см^2 , а второй катет равен 5 см.
2. Площадь параллелограмма равна 45 см^2 . Найдите его периметр, если высоты параллелограмма равны 5 см и 3 см.
3. Вычислите площадь параллелограмма, если его стороны равны 14 см и 10 см, а угол между ними 30° .

ВАРИАНТ 3

1. Разность катетов прямоугольного треугольника равна 2 см. Найдите длины катетов, если площадь прямоугольного треугольника равна 24 см^2 .

2. Одна из сторон треугольника равна 10 см, высота, проведенная к ней, — 4 см. Найдите другую сторону треугольника, если проведенная к ней высота равна 5 см.

3. В параллелограмме $ABCK$ высота BH разбивает сторону AK на отрезки $AH = 13 \text{ см}$, $HK = 7 \text{ см}$, а угол $A = 45^\circ$. Найдите площадь параллелограмма.

ВАРИАНТ 4

1. У треугольника к сторонам длиной 9 см и 6 см проведены высоты. Высота, проведенная к большей стороне, равна 4 см. Чему равна высота, проведенная к другой стороне?

2. Площадь прямоугольного треугольника равна 120 см^2 . Длины его катетов относятся как 5 : 12. Найдите длины этих катетов.

3. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 10 см и 24 см.

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 9

Теорема Пифагора (1)

ВАРИАНТ 1

1. Найдите длину диагонали прямоугольника, если его стороны равны 4 см и 9 см.

2. В треугольнике ABC высота CK делит сторону AB на отрезки AK и BK . Найдите стороны треугольника ABC , если $AK = 9$ м, $BK = 16$ м, $CK = 12$ м.

ВАРИАНТ 2

1. Найдите длину диагонали прямоугольника, если его стороны равны 4 см и 16 см.

2. В треугольнике ABC высота CK делит сторону AB на отрезки AK и BK . Найдите стороны треугольника ABC , если $AK = 5$ дм, $BK = 6$ дм, $CK = 8$ дм.

ВАРИАНТ 3

1. Найдите одну из сторон прямоугольника, если другая сторона и диагональ равны соответственно 5 м и 13 м.

2. В треугольнике ABC высота CK делит сторону AB на отрезки AK и BK . Найдите сторону AB , если $AC = 17$ см, $BC = 10$ см, $CK = 8$ см.

ВАРИАНТ 4

1. Найдите одну из сторон прямоугольника, если другая сторона и диагональ равны соответственно 8 м и 17 м.

2. В треугольнике ABC высота CK делит сторону AB на отрезки AK и BK . Найдите сторону AB , если $AC = 20$ м, $BC = 15$ м, $CK = 12$ м.

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 10

Теорема Пифагора (2)

ВАРИАНТ 1

1. Найдите высоту равнобедренной трапеции, если основания равны 33 см и 9 см, боковая сторона равна 13 см.
2. В параллелограмме $ABCD$ высота BH делит сторону AD на отрезки AH и HD . Найдите стороны параллелограмма, если $BH = 12$, $AH = 5$, $BD = 15$.

ВАРИАНТ 2

1. Найдите высоту равнобедренной трапеции, если основания равны 37 см и 7 см, боковая сторона равна 17 см.
2. В параллелограмме $ABCD$ высота BH делит сторону AD на отрезки AH и HD . Найдите стороны параллелограмма, если $BH = 8$, $AH = 15$, $BD = 10$.

ВАРИАНТ 3

1. В трапеции $KMOP$ (KP — большее основание) проведены высоты MB и OA . Найдите все стороны трапеции, если известно, что $MB = 6$, $BA = 4$, $AK = 16$, $AP = 8$.

2. Найдите стороны треугольника ABC , если высота BD равна 8 см, а отрезки AD и CD соответственно равны 15 см и 6 см. Сколько решений имеет задача?

ВАРИАНТ 4

1. В трапеции $KMOP$ (KP — большее основание) проведены высоты MB и OA . Найдите все стороны трапеции, если известно, что $MB = 8$, $BA = 7$, $AK = 12$, $AP = 6$.

2. Из точки M к прямой a проведены перпендикуляр MK и наклонные $MA = 20$ см и $MB = 15$ см. Найдите расстояние AB , если $MK = 12$ см. Сколько решений имеет задача?

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 11

Теорема Пифагора (3)

ВАРИАНТ 1

1. В равнобедренном треугольнике проведена высота к основанию. Найдите боковую сторону треугольника, если высота равна 12 м, основание равно 10 м.

2. Найдите диагональ ромба, если вторая диагональ и сторона ромба соответственно равны 12 и 10.

ВАРИАНТ 2

1. В равнобедренном треугольнике проведена высота к основанию. Найдите боковую сторону треугольника, если высота равна 9 м, основание равно 24 м.

2. Найдите диагональ ромба, если вторая диагональ и сторона ромба соответственно равны 16 и 10.

ВАРИАНТ 3

1. В равнобедренном треугольнике проведена высота к основанию. Найдите основание, если боковая сторона равна 13 см, высота равна 5 см.

2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена высота AK . Известно, что $AB = 10$, $BK = 6$. Найдите высоту AK и основание AC , если угол B острый.

ВАРИАНТ 4

1. В равнобедренном треугольнике проведена высота к основанию. Найдите основание, если боковая сторона равна 15 см, высота равна 9 см.

2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена высота AK . Известно, что $AB = 10$, $BK = 6$. Найдите высоту AK и основание AC , если угол B тупой.

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 12

Площади

ВАРИАНТ 1

1. Треугольник ABC — равнобедренный с основанием AC . Найдите площадь треугольника, если медиана BM равна 10 см, а боковая сторона равна 26 см.

2. Определите площадь прямоугольника, если одна из его сторон равна 5 см, а диагональ равна 13 см.

ВАРИАНТ 2

1. В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна 5 см, длина одного катета — 6 см. Найдите площадь прямоугольного треугольника.

2. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна 17 см, меньшее основание — 12 см, высота — 15 см. Найдите площадь трапеции.

ВАРИАНТ 3

1. Сторона ромба равна 20 см, а одна из его диагоналей равна 24 см. Найдите площадь ромба.

2*. Основания трапеции равны 4 см и 9 см, боковые стороны равны 3 см и 4 см. Найдите площадь трапеции.

ВАРИАНТ 4

1. В трапеции $ABCD$ (AD — большее основание) проведены высоты BK и CM . Найдите площадь трапеции, если $AB = 10$, $AK = 6$, $KM = 4$, $DM = 8$.

2*. Точки A и B — середины сторон MH и MO параллелограмма $MHKO$. Прямые OA и NB пересекаются в точке C . Найдите площадь четырехугольника $MACB$, если площадь параллелограмма равна 54.

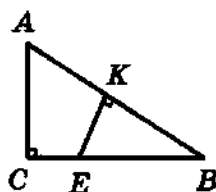
ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 13

Подобие треугольников

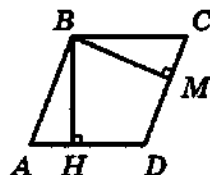
ВАРИАНТ 1

На рисунке изображены прямоугольные треугольники с прямыми углами C и K . Найдите подобные треугольники и докажите их подобие.



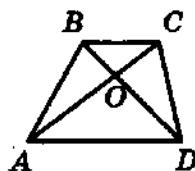
ВАРИАНТ 2

На рисунке изображен параллелограмм $ABCD$, в нем проведены высоты BH и BM . Найдите подобные треугольники и докажите их подобие.



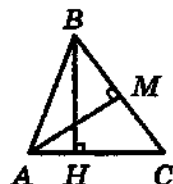
ВАРИАНТ 3

На рисунке изображена трапеция, диагонали которой пересекаются в точке O . Найдите подобные треугольники и докажите их подобие.



ВАРИАНТ 4

На рисунке изображен треугольник ABC , в нем проведены высоты BH и AM . Найдите подобные треугольники и докажите их подобие.



ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 14

Признаки подобия треугольников

ВАРИАНТ 1

1. Стороны одного треугольника равны 7 см, 10 см, 8 см, а периметр подобного ему треугольника равен 75 см. Найдите стороны второго треугольника.
2. Острый угол в одном прямоугольном треугольнике равен 23° , а в другом прямоугольном треугольнике — 67° . Определите, подобны ли эти треугольники.

ВАРИАНТ 2

1. Коэффициент подобия двух подобных многоугольников равен 0,3, а периметр меньшего из данных многоугольников равен 21 см. Найдите периметр другого многоугольника.
2. Угол при вершине в одном равнобедренном треугольнике равен 42° , в другом равнобедренном треугольнике угол при основании — 69° . Определите, подобны ли эти треугольники.

ВАРИАНТ 3

1. Стороны треугольника пропорциональны числам $6 : 5 : 4$. Большая сторона подобного ему треугольника равна 5,4 см. Найдите другие стороны второго треугольника.

2. Дана трапеция $ABCK$ (AK — большее основание). Боковые стороны продолжены до пересечения в точке M . Докажите, что треугольники AMK и BMC подобны. Найдите основание BC , если $MB = 8$, $AB = 4$, $AK = 18$.

ВАРИАНТ 4

1. Стороны треугольника пропорциональны числам $6 : 5 : 4$. Меньшая сторона подобного ему треугольника равна 3,6 см. Найдите другие стороны второго треугольника.

2. Дан треугольник ABC . Через точку O на стороне AB и точку P на стороне CB проведена прямая, причем OP параллельна AC . Докажите, что треугольники ABC и OBP подобны. Найдите длину OP , если известно, что $AC = 15$, $PB = 10$, $BC = 20$.

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 15

Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике

ВАРИАНТ 1

Найдите стороны и площадь прямоугольного треугольника ABC (угол C — прямой, CH — высота), если известно, что $AH = 9$ см, $BH = 16$ см.

ВАРИАНТ 2

Найдите неизвестные стороны и площадь прямоугольного треугольника ABC (угол C — прямой, CH — высота), если известно, что $AC = 20$ см, $AH = 16$ см.

ВАРИАНТ 3

Найдите неизвестные стороны и площадь прямоугольного треугольника ABC (угол C — прямой, CH — высота), если известно, что $BC = 15$ см, $AH = 16$ см.

ВАРИАНТ 4

Найдите стороны и площадь прямоугольного треугольника ABC (угол C — прямой, CH — высота), если известно, что $CH = 12$ см, $BH = 9$ см.

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 16

Средняя линия треугольника

ВАРИАНТ 1

1. В треугольнике ABC проведена средняя линия KM ($K \in AB$, $M \in BC$). Найдите стороны треугольника KBM , если $AB = 13$ см, $BC = 12$ см, $AC = 15$ см.

2. В равнобедренном треугольнике MPK с основанием MP проведены средние линии AB и AC ($A \in MP$, $B \in MK$, $C \in PK$). Определите вид четырехугольника $BKCA$. Найдите периметр четырехугольника $BKCA$, если $KP = 12$ см.

ВАРИАНТ 2

1. В треугольнике MPK проведены медианы MA и KB . Найдите стороны треугольника MPK , если известно, что $PB = 10$ см, $PA = 15$ см, $AB = 13$ см.

2. В равнобедренном треугольнике MPK с основанием MP проведены средние линии AB и AC ($A \in MP$, $B \in MK$, $C \in PK$). Определите вид четырехугольника $BKCA$. Найдите периметр треугольника MPK , если $AB = 17$ см, $AP = 25$ см.

ВАРИАНТ 3

1. Точки S , H , P — середины сторон треугольника ABK . Найдите периметр треугольника CHP , если стороны треугольника ABK равны соответственно 12; 9; 8.

2. Диагональ прямоугольника равна 15 см. Определите вид четырехугольника с вершинами в серединах сторон данного четырехугольника и найдите его периметр.

ВАРИАНТ 4

1. Точки S , H , P — середины сторон треугольника ABK . Найдите стороны треугольника ABK , если стороны треугольника CHP равны соответственно 12; 9; 8.

2*. Средняя линия $\triangle ABC$ параллельна стороне AC и делит треугольник на части, периметры которых пропорциональны числам 5 : 3. Разность периметров этих частей равна 6 дм. Найдите периметр треугольника ABC .

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 17

Решение прямоугольных треугольников (1)

ВАРИАНТ 1

1. В прямоугольном треугольнике OMH гипотенуза MH равна 10 см. Найдите катет OM , если косинус угла M равен 0,6.

2. Найдите гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC , если $AC = 12$ и $\angle A = 45^\circ$.

3. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если гипотенуза и один из катетов равны $3\sqrt{2}$ и 3.

ВАРИАНТ 2

1. В прямоугольном треугольнике OMH гипотенуза MH равна 15 см. Найдите катет OM , если синус угла H равен 0,8.

2. Найдите гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC , если $BC = 12$ и $\angle B = 60^\circ$.

3. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если катеты равны $5\sqrt{3}$ и 5.

ВАРИАНТ 3

1. В прямоугольном треугольнике OMH катет MO равен 4,8 см. Найдите гипотенузу HM , если косинус угла M равен 0,6.

2. Найдите катет AC прямоугольного треугольника ABC (угол C — прямой), если $BC = 12$ и $\angle A = 30^\circ$.

3. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если гипотенуза и один из катетов равны 8 и $4\sqrt{3}$.

ВАРИАНТ 4

1. В прямоугольном треугольнике OMH катет MO равен 5,6 см. Найдите гипотенузу HM , если синус угла H равен 0,8.

2. Найдите катет AC прямоугольного треугольника ABC (угол C — прямой), если $BC = 12$ и $\angle B = 60^\circ$.

3. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если катеты равны 7 и $7\sqrt{3}$.

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 18

Решение прямоугольных треугольников (2)

ВАРИАНТ 1

1. В треугольнике ABC проведена высота BD . Найдите стороны AB и BC , если $\angle A = 20^\circ$, $\angle C = 36^\circ$, $BD = 10$ см.

2. Найдите углы ромба, если известны его диагонали 2 см и 4 см.

3. В равнобедренном треугольнике угол, противолежащий основанию, равен 30° , а средняя линия, параллельная основанию, равна 10 см. Найдите стороны треугольника.

ВАРИАНТ 2

1. В треугольнике ABC проведена высота BD . Найдите стороны AB и BC , если $\angle A = 32^\circ$, $\angle C = 44^\circ$, $BD = 4$ см.

2. Найдите углы ромба, если известны его диагонали 6 см и 8 см.

3. В равнобедренном треугольнике основание равно 15 см; угол, противолежащий основанию, равен 30° . Найдите стороны треугольника, который отсекает средняя линия, параллельная основанию.

ВАРИАНТ 3

1. В треугольнике ABC проведена высота BD . Найдите высоту BD и сторону BC , если $\angle A = 36^\circ$, $\angle C = 44^\circ$, $AB = 15$ см.

2. Найдите углы ромба, если его сторона равна 9 см, а одна из диагоналей равна 3 см.

3. Найдите стороны параллелограмма $ABCD$, если известно, что высота BH , опущенная на сторону AD , равна 4 см, $\angle ABH = 50^\circ$, $\angle DBH = 24^\circ$.

ВАРИАНТ 4

1. В треугольнике ABC проведена высота BD . Найдите высоту BD и сторону BC , если $\angle A = 20^\circ$, $\angle C = 32^\circ$, $AB = 14$ см.

2. Найдите углы ромба, если его сторона равна 3 см, а одна из диагоналей равна 4 см.

3*. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если известно, что высота, проведенная к боковой стороне, равна 14,4 дм, а синус угла при основании равен $\frac{4}{5}$.

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 19

Окружность

ВАРИАНТ 1

1. Точки A , B , C и D лежат на окружности, $\angle ABC = 42^\circ$, $\angle BAC = 24^\circ$. Найдите $\angle BDC$.
2. MK — диаметр окружности, A — точка на окружности. Найдите $\angle AMK$, если $\angle AKM = 21^\circ$.

ВАРИАНТ 2

1. Точки A , B , C и D лежат на окружности, $\angle ABC = 54^\circ$, $\angle BAC = 42^\circ$. Найдите $\angle ADC$.
2. MP — диаметр окружности, C — точка на окружности. Найдите $\angle CPM$, если $\angle CMP = 14^\circ$.

ВАРИАНТ 3

1. Точки A , B и C лежат на окружности с центром O , $\angle ABC = 34^\circ$. Найдите $\angle AOC$.
2. MT — диаметр окружности, B — точка на окружности. Найдите $\angle BTM$, если $\angle BMT = 32^\circ$.

ВАРИАНТ 4

1. Точки A , B и C лежат на окружности с центром O , $\angle BAC = 42^\circ$. Найдите $\angle BOC$.
2. PK — диаметр окружности, A — точка на окружности. Найдите $\angle APK$, если $\angle AKP = 47^\circ$.

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 20

Пропорциональные отрезки в круге

ВАРИАНТ 1

1. Хорда CD пересекает диаметр AB в точке K . Найдите отрезки, на которые точка K делит диаметр, если радиус окружности равен 6 см, $CK = 4$ см, $DK = 5$ см.

2. В окружности с центром O проведен диаметр CD и хорды CM , MD . Найдите углы $\triangle CMD$, если диаметр CD перпендикулярен отрезку OM .

3*. Из точки M , лежащей на окружности с центром O , опущен перпендикуляр MK на диаметр CD . Найдите длины хорд DM и CM и перпендикуляра MK , если известно, что $DK = 9$, $CK = 16$.

ВАРИАНТ 2

1. Хорды KL и MN пересекаются в точке D . Найдите отрезки, на которые точка D делит хорду KL , если $KL = 14$, $DM = 4$, $DH = 12$.

2. В окружности с центром O проведены диаметр AB и хорды AK и BK . Найдите углы треугольника ABK , если радиус KO перпендикулярен диаметру AB .

3*. Из точки M , лежащей на окружности с центром O , опущен перпендикуляр MK на диаметр CD . Найдите длины отрезков DK и CK , если известно, что радиус окружности равен 15, $DM = 12\sqrt{5}$.

ВАРИАНТ 3

1. Хорды KL и MN пересекаются в точке C . Определите длину отрезка CL , если $CH = 6$, $KC = 8$, $MC = 4$.

2. В окружности проведены хорды MN и CD , пересекающиеся в T . Найдите углы треугольника NCT , если $\angle DMN = 25^\circ$, $\angle MDC = 40^\circ$.

3*. Из точки M , лежащей на окружности с центром O , опущен перпендикуляр MK на диаметр CD . Найдите длины отрезков DK и CK , если радиус окружности равен 10, $CM = 4\sqrt{10}$.

ВАРИАНТ 4

1. Хорды KL и MN пересекаются в точке D . Найдите отрезки, на которые точка D делит хорду KL , если $KL = 13$, $DM = 6$, $DH = 5$.

2. В окружности проведены хорды MN и CD , пересекающиеся в T . Найдите углы треугольника DTN , если $\angle MCD = 34^\circ$, $\angle NMC = 36^\circ$.

3*. Через точку C , лежащую на диаметре AB , проведена перпендикулярная ему прямая, пересекающая окружность в точках M и N . Найдите длины отрезков AC и BC и хорды AM , AN , BM , BN , если радиус окружности равен 12,5 см, $MC = 12$ см.

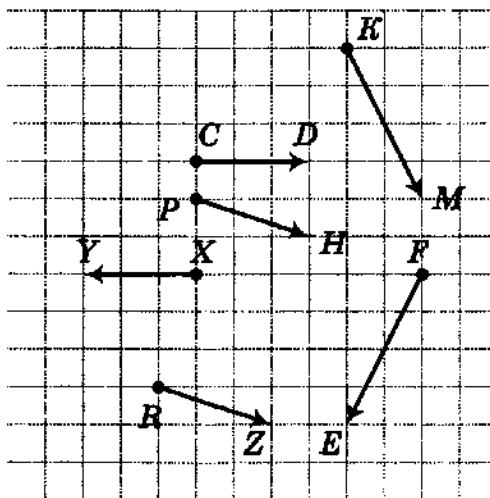
ВЕКТОРЫ

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 21

Понятие вектора

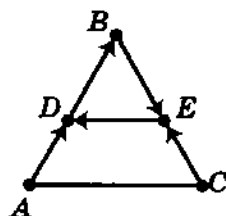
ВАРИАНТ 1

Запишите (см. рисунок): а) равные векторы; б) противоположные векторы. в) Принимая сторону клетки за единицу, найдите длину каждого вектора.



ВАРИАНТ 2

Точки D и E — середины сторон AB и BC треугольника ABC (см. рисунок). Из отмеченных векторов выпишите: а) равные векторы; б) противоположные векторы; в) векторы, сонаправленные вектору $\overrightarrow{AB}$.



ВАРИАНТ 3

Начертите параллелограмм $ABCD$, O — точка пересечения диагоналей. Отметьте векторы $\overline{BC}$, $\overline{DA}$, $\overline{CD}$, $\overline{BA}$, $\overline{CO}$, $\overline{AO}$, $\overline{OB}$, $\overline{OD}$. Запишите: а) равные векторы; б) противоположные векторы.

ВАРИАНТ 4

Начертите равнобедренную трапецию $ABCD$ (BC и AD — основания), O — точка пересечения диагоналей. Отметьте векторы $\overline{BC}$, $\overline{DA}$, $\overline{CD}$, $\overline{DO}$, $\overline{OB}$, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AO}$. Запишите: а) сонаправленные векторы; б) противоположно направленные векторы; в) векторы, имеющие равные длины. Имеются ли среди этих векторов равные векторы?

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 22

Действия над векторами (1)

ВАРИАНТ 1

Начертите равносторонний треугольник ABC , отметьте векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$. Равны ли эти векторы? Объясните ответ.

ВАРИАНТ 2

В четырехугольнике $ABCD$ известно, что $\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{DA}$. Докажите, что этот четырехугольник — параллелограмм.

ВАРИАНТ 3

Векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарные, $AB = 3$, $BC = 2$. Изобразите на рисунке эти векторы (рассмотрите два случая расположения векторов).

ВАРИАНТ 4

В четырехугольнике $ABCD$ известно, что $\overrightarrow{BC} \uparrow \uparrow \overrightarrow{AD}$, $BC = 3$, $AD = 5$. Изобразите этот четырехугольник. Как он называется? Почему?

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 23

Действия над векторами (2)

ВАРИАНТ 1

1. Даны неколлинеарные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Постройте векторы $\frac{1}{2}\vec{b}$; $2\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{b} - \vec{a}$.

2. При каких значениях x ненулевые векторы $\vec{a}$ и $x\vec{a}$ являются сонаправленными?

ВАРИАНТ 2

1. Даны неколлинеарные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Постройте векторы $\frac{1}{2}\vec{a}$; $\vec{a} + 3\vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$.

2. При каком значении x ненулевые векторы $\vec{a}$ и $x\vec{a}$ равны?

ВАРИАНТ 3

1. Даны неколлинеарные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Постройте векторы $\frac{1}{3}\vec{b}$; $2\vec{a}$; $\vec{a} + \vec{b}$; $\frac{1}{3}\vec{b} - 2\vec{a}$.

2. При каком значении x ненулевые векторы $\vec{a}$ и $x\vec{a}$ являются противоположными векторами?

ВАРИАНТ 4

1. Даны неколлинеарные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Постройте векторы $\frac{1}{2}\vec{a}$; $3\vec{b}$; $\vec{a} + \vec{b}$; $\frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$.

2. При каких значениях x ненулевые векторы $\vec{a}$ и $x\vec{a}$ противоположно направлены?

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДИКТАНТЫ

ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ № 1

Определение параллелограмма

1. Начертите параллелограмм $ABCD$. Проведите в нем диагонали AC и BD . Обозначьте их точку пересечения буквой O .

а) Найдите длину отрезка AO , если известно, что диагональ $AC = 12$ см.

б) Чему равна диагональ BD , если известно, что отрезок $BO = 3$ см?

в) Найдите периметр треугольника AOB , если сторона AB равна 7 см, а диагонали AC и BD равны 6 см и 10 см соответственно.

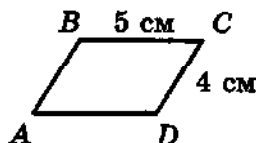
2. На чертеже изображены три параллелограмма с указанными данными. Найдите в них:

а) $P_{ABCD} = \dots$;

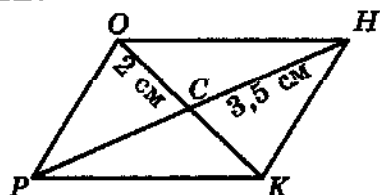
б) $PH + OK = \dots$;

в) углы параллелограмма $TMHE$.

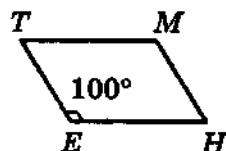
а)



б)



в)



Указание. Нужно спроектировать на экран задание 1 в) и чертежи задания 2 а), б), в).

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ № 2

Свойства параллелограмма

1. Две стороны параллелограмма равны 3 см и 6 см. Найдите периметр параллелограмма.
2. Сумма двух противолежащих углов параллелограмма равна 86° . Чему равны эти углы?
3. Периметр параллелограмма равен 16 см. Одна из его сторон равна 5 см. Определите остальные стороны параллелограмма.
4. Найдите углы параллелограмма, если известно, что один из них равен сумме двух других углов параллелограмма.
5. Если одна из сторон параллелограмма равна 2,4 см, а вторая в 3 раза меньше, то периметр параллелограмма равен Закончите предложение.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ № 3

Виды параллелограммов

1. Является ли параллелограмм, у которого один угол прямой, прямоугольником?
2. Верно ли, что четырехугольник, у которого один угол прямой, является прямоугольником?
3. Верно ли, что любой прямоугольник является параллелограммом?
4. Может ли параллелограмм быть прямоугольником?
5. Диагонали четырехугольника равны. Верно ли, что этот четырехугольник – прямоугольник?
6. Диагонали параллелограмма равны 4 см и 5 см. Является ли этот параллелограмм прямоугольником?
7. Две соседние стороны параллелограмма равны и образуют прямой угол. Как называется этот параллелограмм?

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ № 4

Трапеция

1. Изобразите горизонтальную прямую a и точки M и K , лежащие по одну сторону от этой прямой. Изобразите перпендикуляры MH и KT к прямой a . Определите вид четырехугольника $MKTH$.

2. В трапеции проведены две высоты. Они разбили трапецию на два треугольника и четырехугольник. Определите вид этого четырехугольника.

3. В трапеции AB — боковая сторона, BH — высота, $BAH = 45^\circ$. Определите вид треугольника ABH .

4. Существует ли трапеция, при основании которой один угол острый, а другой — тупой? Если да, то изобразите такую трапецию.

5. Основания равнобедренной трапеции равны 12 и 8, а периметр равен 36. Найдите боковую сторону.

ПЛОЩАДЬ. ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ № 5

Площадь

1. а) Начертите прямоугольную трапецию.

б) Известно, что меньшее боковое ребро равно 6 см, а основания равны 3 см и 5 см. Найдите площадь трапеции.

2. а) Начертите параллелограмм $MPKO$.

б) Отметьте внутри параллелограмма точку A .

в) Найдите сумму площадей треугольников MPA и KOA , если площадь параллелограмма равна 35 см^2 .

3. а) Начертите параллелограмм $ABCD$.

б) На стороне AB отметьте точку K .

в) Найдите площадь параллелограмма, если площадь треугольника DKC равна 40 см^2 .

4. а) Начертите треугольник ABC , у которого $AB = 6 \text{ см}$, $BC = 5 \text{ см}$.

б) На стороне AC отметьте точку M .

в) Известно, что точка M удалена от прямой AB на 3 см, от прямой BC — на 2 см. Найдите площадь треугольника ABC .

5. Найдите площадь квадрата, диагональ которого равна $2\sqrt{2} \text{ см}$.

Указание. Нужно спроектировать на экран задания 1 б) и 2 б), 3 б), 4 а) в).

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ № 6

Теорема Пифагора

1. Запишите теорему Пифагора для треугольника *МРК* (угол *К* — прямой).
2. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если катеты равны 9 см и 12 см.
3. В прямоугольнике диагональ и одна из сторон равны соответственно 10 см и 8 см. Найдите другую его сторону.
4. В ромбе диагонали равны 24 см и 10 см. Найдите периметр ромба.
5. Найдите площадь квадрата, диагональ которого равна 10 см.

ОКРУЖНОСТЬ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ № 7

Окружность

1. Постройте окружность с центром в точке K и радиусом, равным 2 см.

2. Отметьте на окружности точки A и B . Проведите через них касательные к данной окружности с помощью угольника.

3. Начертите прямую a . Отметьте точку M на расстоянии 2,5 см от прямой a . Как относительно прямой a расположена окружность с центром в точке M и радиусом: а) 30 мм; б) 25 мм; в) 10 мм?

4. Прямая CB касается окружности с центром в точке A и радиусом 4 см в точке B . Найдите расстояние AC , если $BC = 3$ см.

5. а) Начертите окружность с центром в точке O и радиусом 3 см.

б) Отметьте на окружности точку B .

в) Проведите прямую c , касательную к окружности в точке B .

г) На прямой c отметьте точку M так, что $\angle MOB = 60^\circ$.

д) Найдите длину отрезка MB .

ВЕКТОРЫ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ № 8

Понятие вектора

1. Закончите предложение: «Вектор – это».
2. Начертите вектор $\overrightarrow{AB}$. Укажите его начало и конец.
3. Начертите вектор $\overrightarrow{AB}$. Изобразите вектор $\overrightarrow{CD}$, сонаправленный вектору $\overrightarrow{AB}$.
4. Начертите вектор $\overrightarrow{AB}$. Изобразите вектор $\overrightarrow{MN}$, равный вектору $\overrightarrow{AB}$.
5. Начертите вектор $\overrightarrow{AB}$. Изобразите вектор $\overrightarrow{PK}$, коллинеарный вектору $\overrightarrow{AB}$.
6. Чему равна длина нулевого вектора?
7. Известно, что $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Что можно сказать о направлениях лучей AB и CD ? о длинах отрезков AB и CD ?
8. Известно, что $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$. Что можно сказать о направлениях лучей AB и CD ? о длинах отрезков AB и CD ?

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ № 9

Действия над векторами

1. Начертите два неколлинеарных вектора. Постройте угол между этими векторами.

2. Может ли угол между векторами быть равным: 90° , 32° , 0° , 110° , 200° , 180° ?

3. Что принимается за сумму векторов: вектор или число?

4. Начертите два неколлинеарных вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите сумму этих векторов по правилу параллелограмма.

5. Начертите два коллинеарных вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите сумму этих векторов по правилу треугольника.

6. Какой вектор получается в результате сложения данного вектора с нулевым вектором?

7. Чему равна сумма противоположных векторов?

ПРОВЕРОЧНЫЕ РАБОТЫ

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 1

Параллелограмм. (1)

ВАРИАНТ 1

1. В параллелограмме $ABCD$ сторона CD равна 3 см, диагонали равны 7 см и 4 см, O — точка пересечения диагоналей. Чему равен периметр треугольника AOB ?

2. В параллелограмме один угол равен 44° . Найдите остальные углы параллелограмма.

3*. В треугольнике ABC $\angle A = 50^\circ$. Из точки, взятой на стороне BC , проведены две прямые, параллельные сторонам AB и AC . Определите вид получившегося четырехугольника и все его углы.

ВАРИАНТ 2

1. В параллелограмме $ABCD$ диагонали равны 8 см и 5 см, сторона BC равна 3 см, O — точка пересечения диагоналей. Чему равен периметр треугольника AOD ?

2. В параллелограмме один из углов равен 144° . Найдите остальные углы параллелограмма.

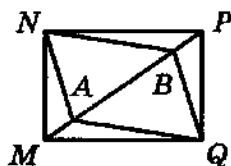
3*. Из точки, взятой на одной из сторон равностороннего треугольника, проведены две прямые, параллельные другим его сторонам. Определите вид получившегося четырехугольника и все его углы.

ВАРИАНТ 3

1. Периметр параллелограмма равен 16 см. Чему равны стороны параллелограмма, если известно, что одна его сторона в 3 раза больше другой?

2. В ромбе $ABCD$ $\angle D = 140^\circ$. Определите углы треугольника AOD (O — точка пересечения диагоналей).

3*. На диагонали MP прямоугольника $MNPQ$ отложены равные отрезки MA и PB (см. рисунок). Докажите, что $ANBQ$ — параллелограмм.

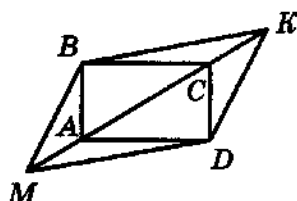


ВАРИАНТ 4

1. Одна из сторон параллелограмма в 4 раза больше другой, а его периметр равен 30 см. Чему равны стороны параллелограмма?

2. В ромбе $MNPQ$ $\angle N = 100^\circ$. Определите углы треугольника MON (O — точка пересечения диагоналей).

3*. На продолжении диагонали AC прямоугольника $ABCD$ отложены равные отрезки AM и CK (см. рисунок). Докажите, что $MBKD$ — параллелограмм.



ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 2

Параллелограмм. (2)

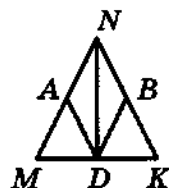
ВАРИАНТ 1

1. Известно, что четырехугольник $MNPK$ является параллелограммом. Докажите что $\triangle MNK = \triangle PKN$.

2. Диагонали квадрата $CDEF$ пересекаются в точке O . Чему равны углы треугольника DOC ?

3*. Начертите произвольный треугольник DEF , на стороне DE отметьте точку A , не являющуюся ее серединой. Постройте фигуру, симметричную треугольнику DEF относительно точки A .

4*. Определите вид четырехугольника $DANB$ и найдите его периметр (см. рисунок), если $MN = NK = 26$ см, $AD \parallel NK$, $DB \parallel MN$ и $MD = DK$.



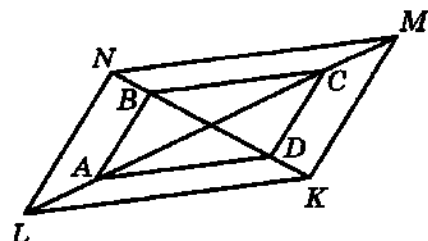
ВАРИАНТ 2

1. В параллелограмме $KMNO$ диагонали пересекаются в точке D . Докажите, что $\triangle KDM = \triangle NDO$.

2. Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите углы AOB и BAO , если $\angle BAD = 44^\circ$.

3*. Начертите прямоугольник $MPOK$. Постройте фигуру, симметричную ему относительно диагонали OM .

4*. Четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм, отрезки AL , BN , CM и DK равны (см. рисунок). Докажите, что $LNMK$ также является параллелограммом.



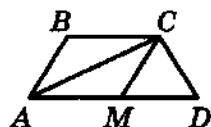
ВАРИАНТ 3

1. Известно, что четырехугольник $ABCD$ является ромбом. Докажите, что $\triangle ABC = \triangle ADC$.

2. Диагонали прямоугольника $BCDE$ пересекаются в точке O , диагональ BD равна 32 м. Найдите длины отрезков OE и OC .

3*. Начертите прямоугольный треугольник ABC , на гипотенузе AB отметьте точку N , не являющуюся ее серединой. Постройте фигуру, симметричную треугольнику ABC относительно точки N .

4*. В трапеции $ABCD$ (см. рисунок) AC — биссектриса угла BAM , CA — биссектриса угла BCM , $BC = 16$ см. Определите вид четырехугольника $ABCM$ и найдите его периметр.



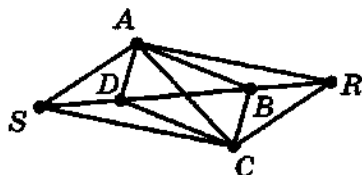
ВАРИАНТ 4

1. Четырехугольник $KMPO$ — квадрат. Чему равны углы треугольника MOP ?

2. Диагонали прямоугольника $BCDE$ пересекаются в точке K . Докажите, что $\triangle BCK = \triangle DEK$.

3*. Начертите параллелограмм $MNPR$. Постройте фигуру, симметричную ему относительно диагонали PM .

4*. Диагональ DB параллелограмма $ABCD$ продолжена на равные отрезки BR и DS (см. рисунок). Докажите, что $RASC$ также является параллелограммом.



ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 3

Теорема Пифагора

ВАРИАНТ 1

1. Найдите сторону ромба, если его диагонали равны 12 см и 16 см.

2. В параллелограмме $MPOK$ высота PH делит сторону MK на отрезки $MH = 9$ м и $HK = 8$ м. Найдите площадь параллелограмма, если сторона MP равна 15 м.

3*. Найдите катеты прямоугольного треугольника, если один из них в 2 раза больше другого, а гипотенуза равна 5 см.

4*. В ромбе $ABCD$ высота BK делит сторону AD на отрезки $AK = 12$ см и $KD = 8$ см. Найдите диагональ BD и высоту BK .

ВАРИАНТ 2

1. Найдите боковую сторону равнобедренного треугольника BCD , если основание BD равно 10 см, а высота CK равна 12 см.

2. В параллелограмме $MPOK$ диагональ PK перпендикулярна стороне MK . Найдите его площадь, если сторона MP равна 10 м, а сторона MK равна 8 м.

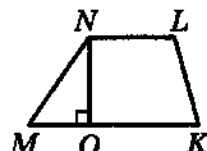
3*. Найдите стороны прямоугольника, если одна из них в 3 раза меньше другой, а диагональ прямоугольника равна 20 м.

4*. В равнобедренном треугольнике ABC высота AD разбивает боковую сторону BC на отрезки $BD = 24$ см и $DC = 1$ см. Найдите основание AC и высоту AD .

ВАРИАНТ 3

1. Найдите высоту CN равнобедренного треугольника ABC , если его основание AB равно 18 см, а боковая сторона равна 15 см.

2. Отрезок NO — высота трапеции $MNLK$ (см. рисунок). Найдите площадь трапеции, если $MN = 10$ см, $MO = 6$ см, $OK = 12$ см, $NL = 8$ см.



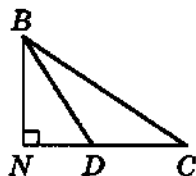
3*. Найдите катет прямоугольного треугольника, если он в 2 раза меньше гипотенузы, а второй катет равен 6 м.

4*. В равнобедренной трапеции $ABCD$ большое основание AD равно диагонали. Высота BM разбивает основание AD на отрезки $AM = 6$ см и $MD = 9$ см. Найдите боковую сторону и высоту.

ВАРИАНТ 4

1. Найдите основание BD равнобедренного треугольника BAD , если его боковая сторона равна 20 см, а высота AM равна 15 см.

2. Найдите площадь треугольника BCD (см. рисунок), если $CD = 12$ см, $DN = 6$ см, $BD = 10$ см.



3*. Одна из сторон прямоугольника равна 8 м. Чему равна смежная сторона, если она в 3 раза меньше диагонали?

4*. Диагонали прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Перпендикуляр AM , опущенный на диагональ BD , разбивает отрезок OB на части: $OM = 24$ см и $BM = 1$ см. Чему равны перпендикуляр AM и сторона AB ?

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 4

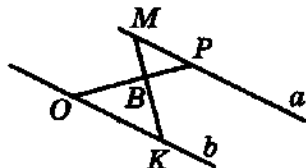
Подобие треугольников

ВАРИАНТ 1

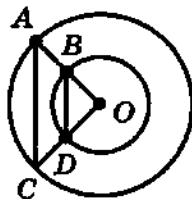
1. Определите стороны прямоугольника $ABCD$, если $BD = 12$, $\angle ADB = \beta$.

2. Прямые a и b параллельны (см. рисунок).

- 1) Докажите, что $\triangle BMP \sim \triangle BKO$.
- 2) Найдите OK , если $OB = 20$, $BP = 12$, $MP = 15$.



3*. Точка O — общий центр двух окружностей (см. рисунок). Докажите, что треугольники AOC и BOD подобны.



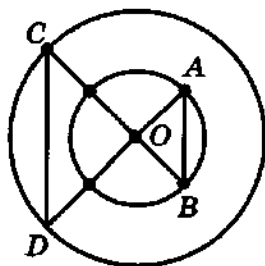
4*. На сторонах треугольника ABC взяты точки $M \in AB$ и $K \in AC$. Найдите сторону AC , если $MK \parallel BC$, $KC = 5$, $MK = 12$, $BC = 15$.

ВАРИАНТ 2

1. Определите катеты прямоугольного треугольника $МОК$, если его гипотенуза $МК$ равна 16, $\angle M = \gamma$.

2. В трапеции $КМОР$ основания $МО$ и $КР$ равны 12 см и 16 см соответственно, а ее диагонали пересекаются в точке D . Найдите длину отрезка DO , если $KD = 20$ см.

3*. Докажите, что треугольники AOB и DOC подобны, если O — общий центр двух окружностей (см. рисунок).



4*. В прямоугольном треугольнике BCD из точки M , лежащей на гипотенузе BC , опущен перпендикуляр MN на катет BD . Найдите гипотенузу, если $MN = 12$ см, $CD = 18$ см, $MC = 8$ см.

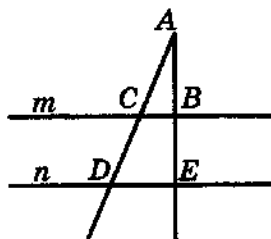
ВАРИАНТ 3

1. Определите стороны прямоугольника $ABDE$, если известно, что $AD = 16$, $\angle DAE = \alpha$.

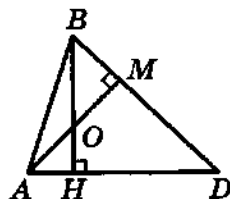
2. Прямые m и n параллельны (см. рисунок).

1) Докажите, что $\triangle ABC \sim \triangle AED$.

2) Найдите DE , если $AB = 15$ см, $BC = 12$ см, $BE = 10$ см.



3*. В треугольнике ABD проведены высоты AM и BH (см. рисунок). Докажите, что треугольники AOH и BOM подобны.



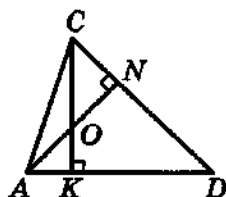
4*. Отрезки AB и CD пересекаются в точке K , причем прямые AC и BD параллельны, $AC = 16$, $DC = 39$, $KD = 27$. Найдите длину отрезка BD .

ВАРИАНТ 4

1. Определите катеты прямоугольного треугольника PKH , если его гипотенуза PK равна 18, $\angle P = \beta$.

2. В трапеции $BCDE$ основание CD равно 20 см, а ее диагонали пересекаются в точке A . Найдите основание BE , если $AB = 18$ см, $AD = 15$ см.

3*. В треугольнике ADC проведены высоты AN и CK (см. рисунок). Докажите, что треугольники AOK и CON подобны.



4*. В трапеции $CDEF$ (CF — большее основание) боковые стороны продолжены до пересечения в точке P . Найдите основание DE , если $CF = 21$, $EF = 16$, $PE = 12$.

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 5

Окружность

ВАРИАНТ 1

1. Из точки C к окружности с центром O проведены касательные CA и CD , A и D — точки касания. Найдите углы треугольника AOC , если $\angle ACD = 50^\circ$.

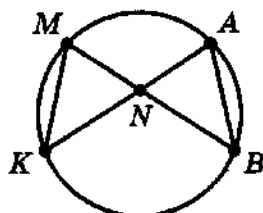
2. Прямоугольный треугольник с катетами 12 см и 16 см вписан в окружность. Найдите ее радиус.

3*. Хорды AB и CD пересекаются в точке E . Найдите длины отрезков AE и BE , если $AB = 17$, $CE = 12$, $DE = 6$.

4*. Треугольник DBC — равнобедренный с основанием DC . Его периметр равен 34 см, сторона BD равна 10 см. Найдите длины отрезков DN и BN (N — точка касания вписанной окружности со стороной DB).

ВАРИАНТ 2

1. Найдите $\angle B$, если известно, что $\angle M = 55^\circ$, $\angle MNK = 60^\circ$ (см. рисунок).



2. В окружности с радиусом 7,5 см проведены диаметр AC и хорда AK , равная 9 см. Найдите длину хорды CK .

3*. Хорда, равная 19 м, пересекается с другой хордой, точка пересечения делит вторую хорду на отрезки 6 м и 10 м. На какие отрезки разделилась первая хорда?

4*. Треугольник MPK — равнобедренный, его основание MK равно 16 м, а периметр равен 52 м. Найдите длины отрезков AM и AP (A — точка касания вписанной окружности со стороной MP).

ВАРИАНТ 3

1. Отрезки AB и AD — касательные к окружности с центром O , точки B и D — точки касания. Найдите углы треугольника ABO , если $\angle BAD = 56^\circ$.

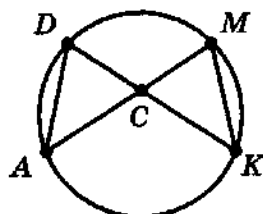
2. В окружность с радиусом 10 см вписан прямоугольный треугольник, один катет которого равен 16 см. Найдите второй катет.

3*. Две хорды пересекаются в точке, которая делит одну из них на отрезки 8 м и 9 м. На какие отрезки разделилась вторая хорда, если она равна 22 м?

4*. Треугольник ABD — равнобедренный с основанием AD . Его периметр равен 64 см, $DB = 20$ см. Найдите длины отрезков DM и BM (M — точка касания вписанной окружности со стороной BD).

ВАРИАНТ 4

1. Найдите $\angle K$, если $\angle D = 62^\circ$, $\angle ACD = 88^\circ$ (см. рисунок).



2. Две хорды MN и PK пересекаются в точке C . Найдите отрезки CP и CK , если $PK = 17$ см, $MC = 4$ см, $CN = 15$ см.

- 3*. В окружности проведены диаметр KN и хорды $BK = 8$ см и $BN = 6$ см. Чему равен радиус окружности?

- 4*. Треугольник MRS — равнобедренный, его периметр равен 66 м, а основание MS равно 26 м. Найдите длины отрезков AM и AR (A — точка касания вписанной окружности со стороной MR).

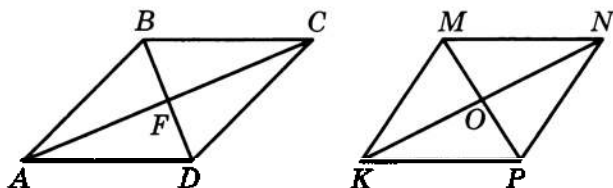
КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Четырехугольники

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. На рисунке $ABCD$ параллелограмм, причем $AB \neq BC$, $KMNP$ — ромб. Укажите номера верных утверждений:

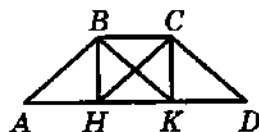


- 1) $AF = FC$
- 2) $MO = OP$
- 3) $\triangle ABF$ — прямоугольный
- 4) $\triangle MKO$ — прямоугольный
- 5) $\triangle KMN$ — равнобедренный
- 6) $\triangle ABD$ — равнобедренный
- 7) $\angle BAF = \angle FAD$
- 8) $\angle MKO = \angle OKP$
- 9) AF — медиана треугольника ABD
- 10) KO — медиана треугольника KMP
- 11) AF — высота треугольника ABD
- 12) KO — высота треугольника KMP

2. Один из углов ромба $ABCD$ на 40° больше другого. Найдите углы треугольника BOC , если O — точка пересечения диагоналей.

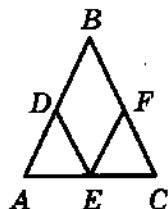
3. Диагонали прямоугольника $CDEF$ пересекаются в точке K . Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 28 см, а периметры треугольников CDK и DEK равны 16 см и 18 см.

4. На рисунке $ABCD$ -- трапеция, $BCKH$ -- прямоугольник, его диагонали параллельны боковым сторонам трапеции.



- 1) Докажите, что $\triangle ABK$ -- равнобедренный.
- 2) Докажите, что $AD = 3 BC$.

5. На рисунке $\triangle ABC$ -- равнобедренный, точки D и F -- середины боковых сторон, E -- точка на основании, $DE \parallel BC$, $EF \parallel AB$. Определите вид четырехугольника $DBFE$ и найдите его периметр, если $AB = 18$ см.



6. Диагонали трапеции $ABCD$ являются биссектрисами ее углов при большем основании AD .

- 1) Докажите, что трапеция $ABCD$ -- равнобедренная.
- 2) Докажите, что $\triangle AOD$ -- равнобедренный (O -- точка пересечения диагоналей).

7. Постройте фигуру, симметричную трапеции $ABCD$ относительно:

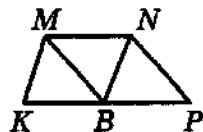
- а) вершины C ; б) прямой AC .

ВАРИАНТ 1

Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданию 1.

1°. На рисунке $KMNP$ -- трапеция, $BN \parallel KM$, $BM \parallel NP$, $MN = NP$, $MN \neq KM$. Укажите верные утверждения:



- 1) $KMNB$ -- параллелограмм
- 2) $KMNB$ -- ромб
- 3) $MNPB$ -- ромб
- 4) $\angle KBM = \angle MBN$
- 5) $\angle MBN = \angle NBP$

Часть 2

Запишите ответ к заданиям 2 и 3.

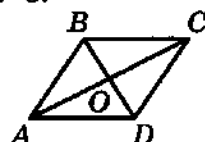
2°. Диагонали прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите периметр треугольника AOD , если $AB = 9$, $BC = 12$, $BD = 15$.

3°. Одна из сторон параллелограмма в 3 раза больше другой. Найдите длину меньшей стороны, если периметр параллелограмма равен 32 см.

Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 4–6.

4°. На рисунке $ABCD$ — ромб, $\angle ABC = 140^\circ$. Найдите углы треугольника COD .



5. Начертите произвольный треугольник DEF , на стороне DE отметьте точку A , не являющуюся ее серединой. Постройте фигуру, симметричную треугольнику DEF относительно точки A .

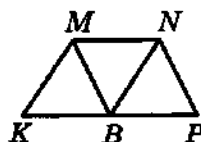
6. В параллелограмме $BCDE$ биссектриса угла B пересекает сторону DE в точке K , причем $DK = 4$, $EK = 12$. Найдите периметр параллелограмма.

ВАРИАНТ 2

Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданию 1.

1°. На рисунке $KMNP$ — трапеция, $BN \parallel KM$, $BM \parallel NP$, $MN = KM$, $MN \neq NP$. Укажите верные утверждения:



- 1) $KMNB$ — параллелограмм
- 2) $KMNB$ — ромб
- 3) $MNPB$ — ромб
- 4) $\angle KBM = \angle MBN$
- 5) $\angle MBN = \angle NBP$

Часть 2

Запишите ответ к заданиям 2 и 3.

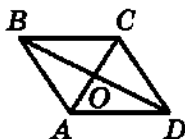
2°. Диагонали прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите периметр треугольника AOB , если $AD = 15$, $CD = 8$, $AC = 17$.

3°. Одна из сторон параллелограмма в 4 раза больше другой. Найдите длину меньшей стороны, если периметр параллелограмма равен 30 см.

Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 4–6.

4°. На рисунке $ABCD$ — ромб, $\angle BAD = 100^\circ$. Найдите углы треугольника AOD .



5. Начертите прямоугольник $MPOK$. Постройте фигуру, симметричную ему относительно прямой OM .

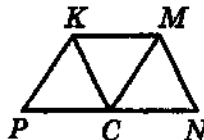
6. В параллелограмме $BCDE$ биссектриса угла C пересекает сторону DE в точке K , причем $EK = 7$, $DK = 11$. Найдите периметр параллелограмма.

ВАРИАНТ 3

Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданию 1.

1°. На рисунке $KMNP$ — трапеция, $CM \parallel PK$, $CK \parallel MN$, $MN = KM$, $KM \neq KP$. Укажите верные утверждения:



- 1) $PKMC$ — параллелограмм
- 2) $PKMC$ — ромб
- 3) $CKMN$ — ромб
- 4) $\angle KCM = \angle MCN$
- 5) $\angle PCK = \angle KCM$

Часть 2

Запишите ответ к заданиям 2 и 3.

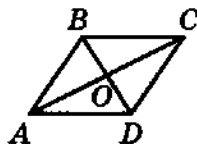
2°. Диагонали прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите периметр треугольника BOC , если $AB = 15$, $AD = 20$, $BD = 25$.

3°. Одна из сторон параллелограмма в 5 раз больше другой. Найдите длину меньшей стороны, если периметр параллелограмма равен 36 см.

Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 4–6.

4°. На рисунке $ABCD$ — ромб, $\angle ABC = 120^\circ$. Найдите углы треугольника BOC .



5. Начертите прямоугольный треугольник ABC , на гипотенузе AB отметьте точку N , не являющуюся ее серединой. Постройте фигуру, симметричную треугольнику ABC относительно точки N .

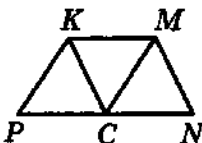
6. В параллелограмме $BCDE$ биссектриса угла D пересекает сторону BC в точке M , причем $BM = 7$, $MC = 10$. Найдите периметр параллелограмма.

ВАРИАНТ 4

Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданию 1.

1°. На рисунке $KMNP$ — трапеция, $CK \parallel MN$, $CM \parallel PK$, $PK = KM$, $MN \neq KM$. Укажите верные утверждения:



- 1) $PKMC$ — параллелограмм
- 2) $PKMC$ — ромб
- 3) $CKMN$ — ромб
- 4) $\angle KCM = \angle MCN$
- 5) $\angle PCK = \angle KCM$

Часть 2

Запишите ответ к заданиям 2 и 3.

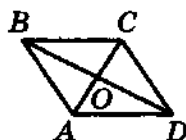
2°. Диагонали прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите периметр треугольника COD , если $AB = 5$, $BC = 12$, $BD = 13$.

3°. Одна из сторон параллелограмма в 2 раза больше другой. Найдите длину меньшей стороны, если периметр параллелограмма равен 42 см.

Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 4–6.

4°. На рисунке $ABCD$ — ромб, $\angle BAD = 160^\circ$. Найдите углы треугольника AOB .



5. Начертите параллелограмм $MNPR$. Постройте фигуру, симметричную ему относительно прямой PM .

6. В параллелограмме $BCDE$ биссектриса угла E пересекает сторону BC в точке H , причем $BH = 9$, $CH = 8$. Найдите периметр параллелограмма.

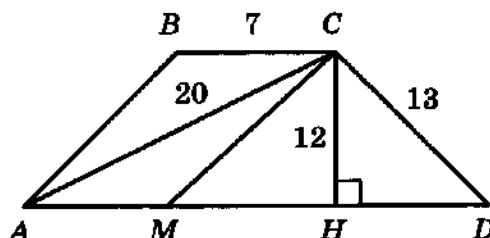
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Теорема Пифагора. Площадь

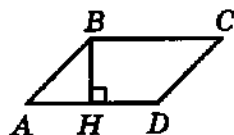
Задачи для подготовки к контрольной работе

1. $ABCD$ — трапеция. Используя данные, указанные на рисунке, найдите:

- большее основание трапеции
- площадь треугольника ACD
- площадь четырехугольника $ABCM$, если $AB \parallel CM$
- площадь трапеции $ABCH$

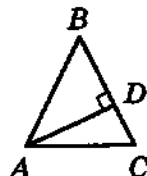


2. Найдите периметр параллелограмма $ABCD$, изображенного на рисунке, если BH — его высота, площадь параллелограмма равна 120 м^2 , $AH = 6 \text{ м}$, $DH = 9 \text{ м}$.



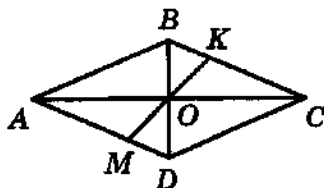
3. Найдите площадь равнобедренного треугольника, если его основание равно 30, боковая сторона равна 17.

4. На рисунке треугольник ABC — равнобедренный с основанием AC , AD — его высота, $BD = 16 \text{ см}$, $DC = 4 \text{ см}$. Найдите основание AC и высоту AD .



5. Найдите катет прямоугольного треугольника, если он в 2 раза меньше гипотенузы, а второй катет равен 6 м.

6. На рисунке отрезок MK перпендикулярен двум сторонам ромба $ABCD$ и проходит через точку O пересечения его диагоналей. Найдите длину отрезка MK , если диагонали ромба равны 32 и 24.



7. Диагонали прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Перпендикуляр AM , опущенный на диагональ BD , разбивает отрезок OB на части: $OM = 12$ см и $BM = 3$ см. Чему равны перпендикуляр AM и сторона AB ?

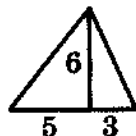
ВАРИАНТ 1

Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданию 1.

1°. Используя данные, указанные на рисунке, найдите площадь треугольника.

- 1) 24 3) 14
2) 48 4) 30



Часть 2

Запишите ответ к заданию 2.

2°. Стороны прямоугольника 5 см и 12 см. Чему равна диагональ?

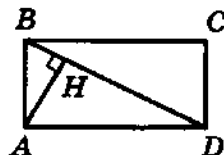
Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 3–5.

3°. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 15 см, а высота, проведенная к основанию, 9 см. Найдите основание треугольника.

4. Найдите площадь равнобедренной трапеции, если ее основания равны 5 см и 17 см, а боковая сторона равна 10 см.

5. На рисунке $ABCD$ — прямоугольник, $AH \perp BD$, сторона AB в 3 раза меньше стороны BC . Найдите AH , если $BD = 20$.

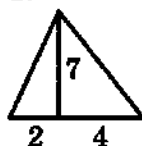


ВАРИАНТ 2

Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданию 1.

1°. Используя данные, указанные на рисунке, найдите площадь треугольника.



- 1) 42 3) 21
2) 13 4) 28

Часть 2

Запишите ответ к заданию 2.

2°. Одна из сторон прямоугольника равна 8 см, а диагональ 17 см. Чему равна вторая сторона прямоугольника?

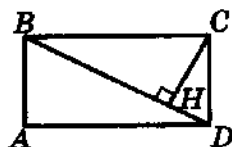
Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 3–5.

3°. Найдите сторону ромба, если его диагонали равны 12 см и 16 см.

4. Найдите площадь равнобедренной трапеции, если ее меньшее основание равно 7 см, боковая сторона — 13 см, высота — 12 см.

5. На рисунке $ABCD$ — прямоугольник, $CH \perp BD$, сторона AB в 3 раза меньше диагонали. Найдите CH , если $BC = 20$.

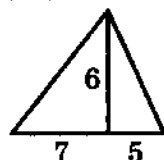


ВАРИАНТ 3

Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданию 1.

1°. Используя данные, указанные на рисунке, найдите площадь треугольника.



- | | |
|-------|-------|
| 1) 18 | 3) 42 |
| 2) 72 | 4) 36 |

Часть 2

Запишите ответ к заданию 2.

2°. Стороны прямоугольника 12 см и 16 см. Чему равна диагональ?

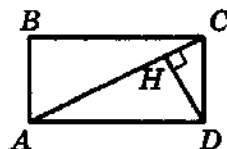
Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 3–5.

3°. Сторона ромба равна 17 см, одна из диагоналей равна 30 см. Найдите вторую диагональ.

4. Найдите площадь равнобедренной трапеции, если ее основания равны 6 см и 16 см, а боковая сторона равна 13 см.

5. На рисунке $ABCD$ — прямоугольник, $DH \perp AC$, сторона AB в 2 раза меньше стороны BC . Найдите DH , если $AC = 10$.



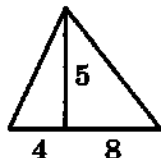
ВАРИАНТ 4

Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданию 1.

1°. Используя данные, указанные на рисунке, найдите площадь треугольника.

- 1) 17 3) 30
2) 60 4) 44



Часть 2

Запишите ответ к заданию 2.

2°. Одна из сторон прямоугольника равна 12 см, а диагональ 15 см. Чему равна вторая сторона прямоугольника?

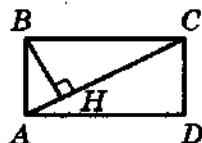
Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 3–5.

3°. Высота равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, равна 5 см, а основание 24 см. Найдите боковую сторону.

4. Найдите площадь равнобедренной трапеции, если ее меньшее основание равно 7 см, боковая сторона — 10 см, высота — 8 см.

5. На рисунке $ABCD$ — прямоугольник, $BH \perp AC$, сторона AB в 5 раз меньше диагонали. Найдите BH , если $AD = 12$.

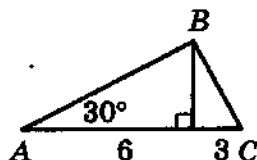


КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Подобные треугольники

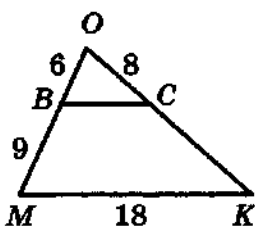
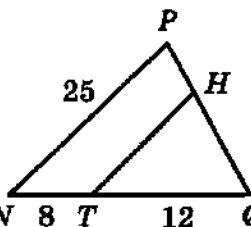
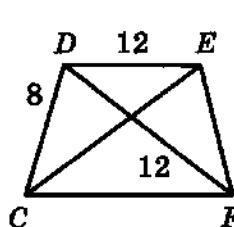
Задачи для подготовки к контрольной работе

1. Используя данные, указанные на рисунке, найдите площадь треугольника ABC .



2. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна 6, а острый угол при основании равен α . Найдите большее основание трапеции, если меньшее основание равно 5.

Указание. В задачах 3–5 докажите подобие треугольников и, используя данные, указанные на рисунках, вычислите искомые элементы.



3. Найдите CF , если $CDEF$ — трапеция.

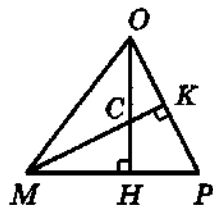
4. Найдите TH , если $TH \parallel NP$.

5. Найдите BC , если $BC \parallel MK$.

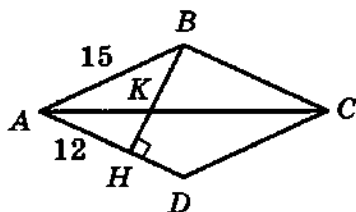
6. Найдите тангенс угла при основании равнобедренного треугольника с основанием 30 см и боковой стороной 25 см.

7. AM и BK — медианы треугольника ABC . Определите вид четырехугольника $ABMK$ и найдите его периметр, если $AB = 14$, $BC = 12$, $AC = 18$.

8. На рисунке треугольник MOP — равнобедренный, OP — его основание, MK и OH — высоты. Докажите, что треугольники $МОК$ и $МСН$ подобны и найдите CH , если $MH = 6$, $PH = 4$, $OP = 12$.



9. На рисунке $ABCD$ — ромб, BH — его высота. Используя данные, указанные на рисунке, найдите длины отрезков BK и KH .



ВАРИАНТ 1

Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданиям 1 и 2.

1°. В прямоугольнике $ABCD$ угол ACB равен β , диагональ равна 12. Найдите сторону AB .

- 1) $12 \cos \beta$ 2) $12 \sin \beta$ 3) $12 \operatorname{tg} \beta$ 4) $\frac{12}{\sin \beta}$

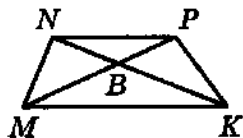
2°. В треугольнике BCD угол C — прямой, $BD = 13$ м, $BC = 12$ м. Найдите длину средней линии MK , если $M \in BD$, $K \in BC$.

- 1) 5 2) 6 3) 6,5 4) 2,5

Часть 2

Запишите ответ к заданиям 3 и 4.

3°. Найдите длину отрезка MB , если в изображенной на рисунке трапеции $MNPК$ известно: $MK = 24$, $NP = 18$, $BP = 12$.

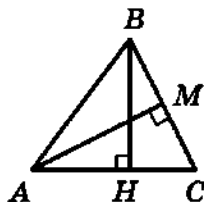


4°. В равнобедренном треугольнике основание равно 20, а угол между боковыми сторонами равен 120° . Найдите высоту, проведенную к основанию.

Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.

5. На рисунке отрезки AM и BH являются высотами треугольника ABC . Докажите, что треугольники CBH и CAM подобны.



6. В прямоугольном треугольнике BCD из точки M , лежащей на гипотенузе BC , опущен перпендикуляр MN на катет BD . Найдите синус угла B , если $MN = 12$, $CD = 18$, $MC = 8$.

ВАРИАНТ 2

Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданиям 1 и 2.

1°. Диагональ прямоугольника $ABCD$ равна 16, угол CBD равен α . Найдите сторону BC .

- 1) $16 \cos \alpha$ 2) $16 \sin \alpha$ 3) $16 \operatorname{tg} \alpha$ 4) $\frac{16}{\cos \alpha}$

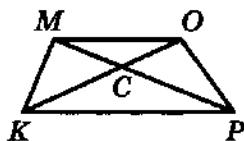
2°. В треугольнике BDE угол D — прямой, $BD = 9$ м, $DE = 12$ м. Найдите длину средней линии PM , если $M \in DE$, $P \in BD$.

- 1) 4,5 2) 6 3) 7,5 4) 15

Часть 2

Запишите ответ к заданиям 3 и 4.

3°. Найдите длину отрезка CO , если в изображенной на рисунке трапеции $KMOP$ известно: $MO = 12$, $KP = 20$, $CK = 16$.

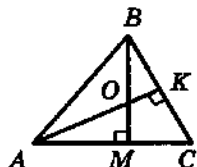


4°. Найдите основание равнобедренного треугольника, если угол при основании равен 30° , а высота, проведенная к основанию, равна 10.

Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.

5. На рисунке отрезки AK и BM являются высотами треугольника ABC . Докажите, что треугольники $ВОК$ и $ВСМ$ подобны.



6. В треугольнике ABC прямая, параллельная стороне BC , пересекает высоту AH в точке K и сторону AC в точке M . Найдите косинус угла C , если $MK = 16$, $CH = 20$, $MC = 5$.

ВАРИАНТ 3

Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданиям 1 и 2.

1°. Диагональ прямоугольника $ABCD$ равна 14, угол ACB равен γ . Найдите сторону BC .

- 1) $14 \sin \gamma$ 2) $14 \operatorname{tg} \gamma$ 3) $14 \cos \gamma$ 4) $\frac{14}{\cos \gamma}$

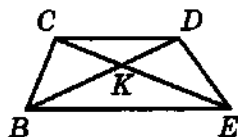
2°. В треугольнике MPK угол P — прямой, $MP = 3$ м, $PK = 4$ м. Найдите длину средней линии BC , если $B \in MP$, $C \in PK$.

- 1) 2,5 2) 2 3) 1,5 4) 5

Часть 2

Запишите ответ к заданиям 3 и 4.

3°. Найдите основание CD изображенной на рисунке трапеции $BCDE$, если $CK = 12$, $KE = 16$, $BE = 20$.

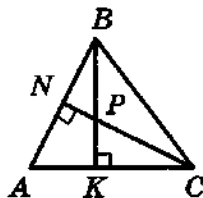


4°. Высота, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, равна 8, а угол при основании равен 30° . Найдите основание треугольника.

Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.

5. На рисунке отрезки CN и BK являются высотами треугольника ABC . Докажите, что треугольники BNP и BKA подобны.



6. В прямоугольном треугольнике CDE из точки N , лежащей на гипотенузе CD , опущен перпендикуляр NP на катет CE . Найдите косинус угла C , если $CN = 9$, $ND = 6$, $PE = 4$.

ВАРИАНТ 4

Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданиям 1 и 2.

1°. Диагональ прямоугольника $ABCD$ равна 10, угол BAC равен β . Найдите сторону BC .

- 1) $10 \sin \beta$ 2) $10 \operatorname{tg} \beta$ 3) $10 \cos \beta$ 4) $\frac{10}{\sin \beta}$

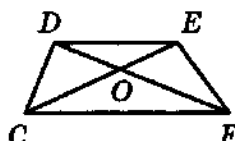
2°. В треугольнике KPH угол H — прямой, $PK = 17$ м, $KH = 15$ м. Найдите длину средней линии BC , если $B \in KH$, $C \in PK$.

- 1) 8 2) 4 3) 8,5 4) 7,5

Часть 2

Запишите ответ к заданиям 3 и 4.

3°. Найдите основание CF изображенной на рисунке трапеции $CDEF$, если известно, что $DO = 9$, $DE = 15$, $OF = 12$.

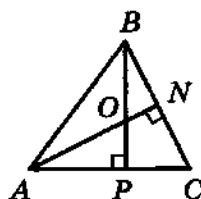


4°. Найдите основание равнобедренного треугольника, если высота, проведенная к основанию, равна 6, а угол между боковыми сторонами равен 120° .

Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.

5. На рисунке отрезки AN и BP являются высотами треугольника ABC . Докажите, что треугольники AOP и ACN подобны.



6. В треугольнике ABC прямая, параллельная стороне AB , пересекает высоту CH в точке M и сторону AC в точке K . Найдите косинус угла A , если $MK = 12$, $AH = 20$, $AK = 10$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

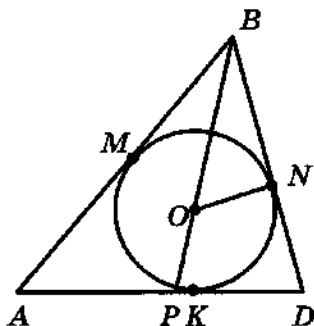
Окружность

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. Найдите периметр треугольника AOB , если прямая AB касается в точке A окружности с центром O и радиусом 6 см, а длина отрезка AB равна 8 см.

2. На рисунке O — центр окружности, вписанной в треугольник ABD , M , N и K — точки касания окружности со сторонами. Укажите номера верных утверждений:

- 1) BP — медиана треугольника ABD
- 2) BP — биссектриса треугольника ABD
- 3) BP — высота треугольника ABD
- 4) $BM = BN$
- 5) $AM = BM$
- 6) $ON \perp BD$



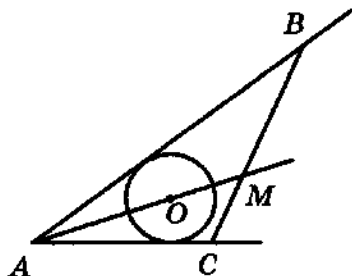
3. В окружности с центром O проведены хорды AB и CD .

- 1) Найдите $\angle BDC$, если $\angle ACD = 15^\circ$, $AB \perp CD$.
- 2) Найдите $\angle AOD$, если
 - а) $\angle ACD = 15^\circ$; б) $\angle ACD = 95^\circ$.
- 3) Найдите $\angle ACD$, если хорда AB проходит через центр O , $\angle BCD = 20^\circ$.

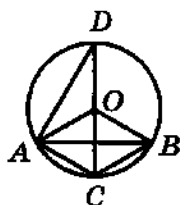
4. Две хорды пересекаются в точке, которая делит одну из них на отрезки 8 м и 9 м. На какие отрезки разделилась вторая хорда, если она равна 22 м?

5. Прямоугольный треугольник MKL вписан в окружность радиуса 13 см. Найдите длину высоты MH , опущенной на наибольшую сторону треугольника, если $HL = 8$ см.

6. На рисунке AB и AC — касательные к окружности с центром O . Найдите длину отрезка AB , если $AC = 24$ см, а отрезок BM в 2 раза больше отрезка CM .



7. На рисунке O — центр окружности, $AOBC$ — ромб. Найдите $\angle ADC$.



ВАРИАНТ 1

Часть 1

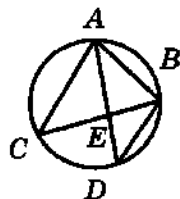
Запишите номера верных ответов к заданиям 1 и 2.

1°. К окружности с центром O проведены касательные CA и CB (A и B — точки касания). Найдите $\angle AOC$, если $\angle ACB = 50^\circ$.

- 1) 25° 2) 50° 3) 40° 4) 65°

2°. На рисунке $\angle C = 30^\circ$, $\angle AEC = 110^\circ$. Найдите $\angle CBD$.

- 1) 30° 2) 40° 3) 110° 4) 140°



Часть 2

Запишите ответ к заданиям 3 и 4.

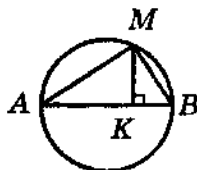
3°. Прямоугольный треугольник с катетами 12 см и 16 см вписан в окружность. Найдите ее радиус.

4°. Хорды AB и CD пересекаются в точке E . Найдите длину отрезка AE , если он в 2 раза меньше отрезка BE , $CE = 8$, $DE = 9$.

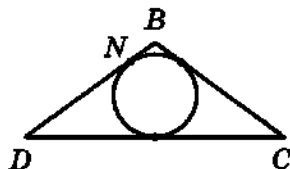
Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.

5. На рисунке AB — диаметр окружности, $MK \perp AB$. Найдите длину хорды AM , если $AK = 9$ см, $BK = 3$ см.



6. Треугольник DBC — равнобедренный с основанием DC . Его периметр равен 34 см, $BD = 10$ см. Найдите длину отрезка BN (N — точка касания вписанной окружности со стороной DB).



ВАРИАНТ 2

Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданиям 1 и 2.

1°. К окружности с центром O проведены касательные MK и MP (K и P — точки касания). Найдите $\angle KMP$, если $\angle KOM = 70^\circ$.

- 1) 70° 2) 20° 3) 40° 4) 140°

2°. На рисунке $\angle M = 55^\circ$, $\angle KNM = 60^\circ$. Найдите $\angle ABM$.



- 1) 65° 2) 60° 3) 55° 4) 115°

Часть 2

Запишите ответ к заданиям 3 и 4.

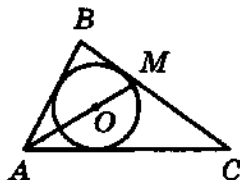
3°. В окружности с радиусом 7,5 см проведены диаметр AC и хорда AK , равная 9 см. Найдите длину хорды CK .

4°. Две хорды одной окружности пересекаются в точке, делящей одну хорду на отрезки 2 см и 16 см, а другую — на отрезки, один из которых в 2 раза больше другого. Найдите длину второй хорды.

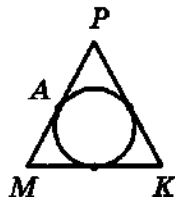
Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.

5. Найдите периметр треугольника ABC , изображенного на рисунке, если точка O — центр вписанной окружности, $BM = 6$ см, $MC = 8$ см, $AC = 12$ см.



6. Треугольник MPK равнобедренный, его основание MK равно 16 м, а периметр равен 52 м. Найдите длину отрезка AP (A — точка касания вписанной окружности со стороной MP).



ВАРИАНТ 3

Часть 1

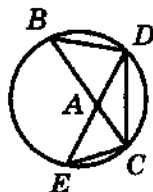
Запишите номера верных ответов к заданиям 1 и 2.

1°. К окружности с центром O проведены касательные AB и AC (B и C — точки касания). Найдите $\angle BAC$, если $\angle AOC = 50^\circ$.

- 1) 80° 2) 40° 3) 50° 4) 100°

2°. На рисунке $\angle B = 30^\circ$, $\angle BAD = 70^\circ$. Найдите $\angle BCE$.

- 1) 30° 2) 70° 3) 100° 4) 80°



Часть 2

Запишите ответ к заданиям 3 и 4.

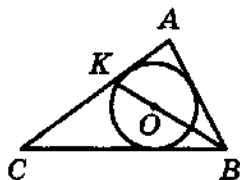
3°. В окружность радиуса 10 см вписан прямоугольный треугольник, один катет которого равен 16 см. Найдите второй катет.

4°. Точка пересечения двух хорд окружности делит одну хорду на отрезки 3 см и 16 см, а вторую — на отрезки, один из которых в 3 раза больше другого. Найдите длину второй хорды.

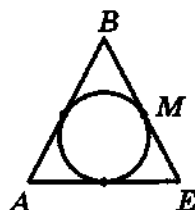
Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.

5. Найдите периметр треугольника ABC , изображенного на рисунке, если точка O — центр вписанной окружности, $AK = 10$ см, $CK = 15$ см, $AB = 12$ см.



6. Треугольник ABE — равнобедренный с основанием AE . Его периметр равен 64 см, $BE = 20$ см. Найдите длину отрезка BM (M — точка касания вписанной окружности со стороной BE).



ВАРИАНТ 4

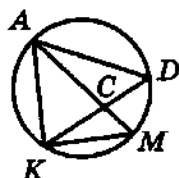
Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданиям 1 и 2.

1°. К окружности с центром O проведены касательные BA и BC (A и C — точки касания). Найдите $\angle AOB$, если $\angle ABC = 80^\circ$.

- 1) 80° 2) 50° 3) 100° 4) 40°

2°. На рисунке $\angle D = 30^\circ$, $\angle ACD = 100^\circ$. Найдите $\angle MKD$.



- 1) 30° 2) 50° 3) 100° 4) 130°

Часть 2

Запишите ответ к заданиям 3 и 4.

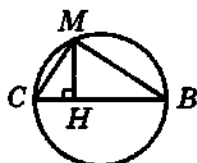
3°. В окружности проведены диаметр KN и две хорды $BK = 8$ см и $BN = 6$ см. Чему равен радиус окружности?

4°. Хорды MN и PK пересекаются в точке C . Найдите длину отрезка CP , если он в 5 раз больше отрезка CK , $MC = 5$, $CN = 9$.

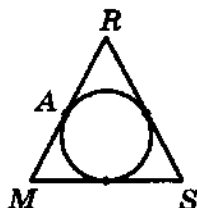
Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.

5. На рисунке BC — диаметр окружности, $MH \perp BC$. Найдите длину хорды MC , если $BH = 6$ см, $CH = 2$ см.



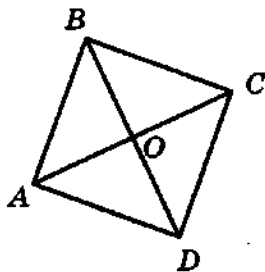
6. Периметр равнобедренного треугольника MRS равен 66 м, а основание MS равно 26 м. Найдите длину отрезка AR (A — точка касания вписанной окружности со стороной MR).



КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5.
ИТОГОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Задачи для подготовки к контрольной работе

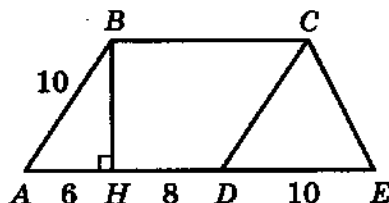
1. Диагонали четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Укажите верные утверждения для каждого из случаев, когда четырехугольник $ABCD$ является:



- | | |
|------------------|------------------------------|
| 1) $AO = OC$ | 5) $AC = BD$ |
| 2) $AO \perp BO$ | 6) $\angle ABC = \angle ADC$ |
| 3) $AB = BC$ | 7) $\angle ABC = \angle BCD$ |
| 4) $AB = CD$ | 8) $\angle ABO = \angle CBO$ |

2. Используя данные, указанные на рисунке, найдите:

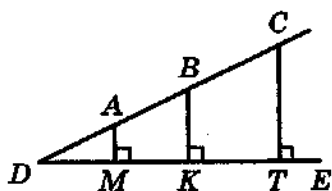
- а) площадь треугольника CDE ;
б) площадь параллелограмма $ABCD$;
в) площадь трапеции $ABCE$.



3. Прямая MK касается в точке M окружности с центром O , причем $MK = 22$. Найдите радиус окружности и длину отрезка OK , если $\angle MOK = 60^\circ$.

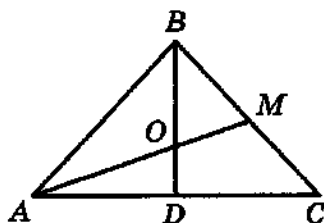
4. Найдите площадь ромба, если известно, что его сторона равна m , а острый угол равен α .

5. На рисунке AM , BK и CT — перпендикуляры к прямой DE , а отрезки DA , AB и BC относятся, как $2 : 2 : 3$. Найдите длины перпендикуляров AM и BK , если $CT = 28$ см.



6. Площадь прямоугольного треугольника равна 24 см^2 , а один из катетов равен 6 см. Найдите длину средней линии, параллельной другому катету.

7. На рисунке треугольник ABC — равнобедренный с основанием AC , BD — его высота. Найдите боковую сторону треугольника, если $AO = 18$ см, $OM = 12$ см, $BM = 16$ см.

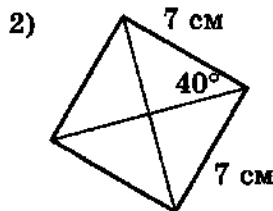
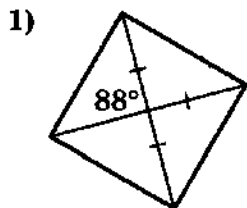


ВАРИАНТ 1

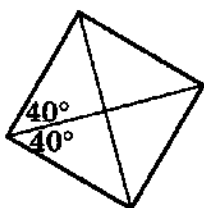
Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–3.

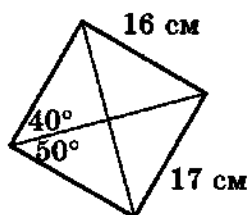
1°. На каждом из приведенных ниже рисунков изображен параллелограмм, обладающий теми или иными свойствами. Используя данные, приведенные на рисунках, укажите номера тех рисунков, на которых изображен ромб.



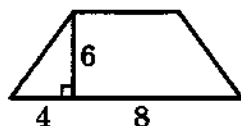
3)



4)



2°. Используя данные, указанные на рисунке, найдите площадь изображенной ниже равнобедренной трапеции.



- 1) 96 3) 72
2) 48 4) 36

3°. Найдите боковую сторону равнобедренного треугольника, если его основание равно 16, а угол при основании равен 30° .

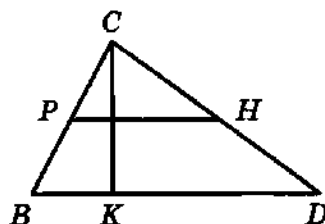
- 1) $\frac{16}{\sqrt{3}}$ 3) $8\sqrt{3}$
2) $16\sqrt{3}$ 4) $\frac{8}{\sqrt{3}}$

Часть 2

Запишите ответ к заданиям 4 и 5.

4°. К окружности с центром O и радиусом 12 см проведена касательная BC (B — точка касания). Найдите длину отрезка BC , если $OC = 13$ см.

5. На рисунке точки P и H — середины сторон, CK — высота треугольника. Найдите площадь треугольника, если $PH = 7$ см, $CK = 12$ см.



Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 6 и 7.

6. В треугольнике MNK на стороне MN отмечена точка B , на стороне NK — точка C , причем $BC \parallel MK$. Найдите длину стороны MK , если сторона MN равна 12 см, $BM = 4$ см, $BC = 6$ см.

7. В ромбе $ABCD$ диагональ AC пересекает высоту BH , проведенную к стороне AD , в точке K . Найдите длины отрезков BK и KH , если сторона ромба равна 20 см, а высота равна 12 см.

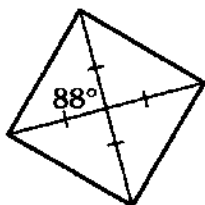
ВАРИАНТ 2

Часть 1

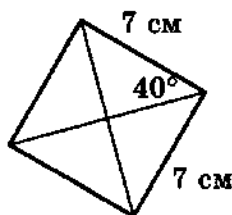
Запишите номера верных ответов к заданиям 1–3.

1°. На каждом из приведенных ниже рисунков изображен параллелограмм, обладающий теми или иными свойствами. Используя данные, приведенные на рисунках, укажите номера тех рисунков, на которых изображен прямоугольник.

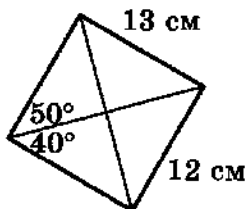
1)



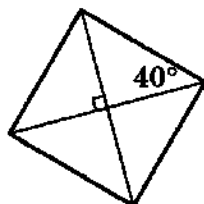
2)



3)

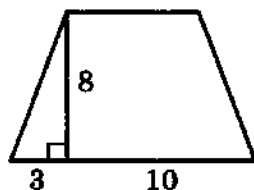


4)



2°. Используя данные, указанные на рисунке, найдите площадь изображенной ниже равнобедренной трапеции.

- 1) 52 2) 104 3) 80 4) 160



3°. Найдите высоту, проведенную к основанию равнобедренного треугольника, если основание равно 12, а угол при основании равен 30° .

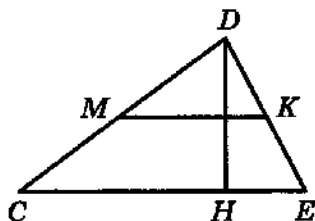
- 1) $6\sqrt{3}$ 2) $12\sqrt{3}$ 3) $\frac{6}{\sqrt{3}}$ 4) $\frac{12}{\sqrt{3}}$

Часть 2

Запишите ответ к заданиям 4 и 5.

4°. К окружности с центром O и радиусом 9 см проведена касательная CD (C — точка касания). Найдите длину отрезка OD , если $CD = 12$ см.

5. На рисунке точки M и K — середины сторон, DH — высота треугольника. Найдите площадь треугольника, если $MK = 13$ см, $DH = 9$ см.



Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 6 и 7.

6. В прямоугольном треугольнике $МОК$ из точки B гипотенузы $МК$ проведен перпендикуляр BD к стороне $МО$. Найдите длину катета $ОК$, если $BD = 6$ см, $MK = 21$ см, $BK = 12$ см.

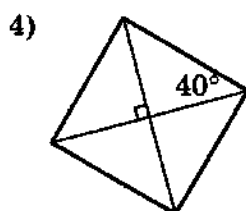
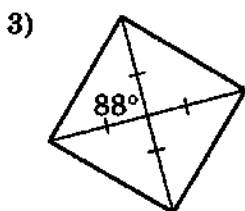
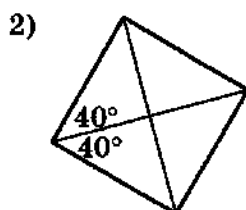
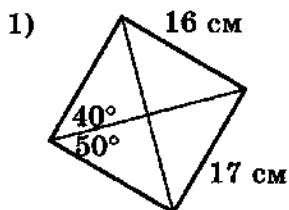
7. В квадрате $ABCD$ диагональ AC пересекает отрезок BM ($M \in AD$) в точке P . Найдите длины отрезков BP и PM , если сторона квадрата равна 16 см, а отрезок AM равен 12 см.

ВАРИАНТ 3

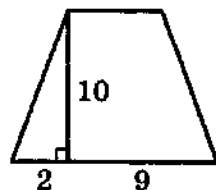
Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–3.

1°. На каждом из приведенных ниже рисунков изображен параллелограмм, обладающий теми или иными свойствами. Используя данные, приведенные на рисунках, укажите номера тех рисунков, на которых изображен ромб.



2°. Используя данные, указанные на рисунке, найдите площадь изображенной ниже равнобедренной трапеции.



- 1) 110 2) 55 3) 90 4) 180

3°. Найдите боковую сторону равнобедренного треугольника, если его основание равно 20, а угол при основании равен 30° .

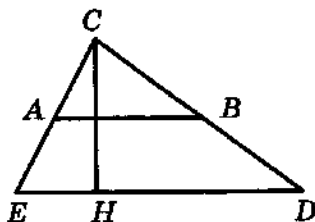
- 1) $\frac{10}{\sqrt{3}}$ 2) $10\sqrt{3}$ 3) $20\sqrt{3}$ 4) $\frac{20}{\sqrt{3}}$

Часть 2

Запишите ответ к заданиям 4 и 5.

4°. К окружности с центром O и радиусом 12 см проведена касательная MK (M — точка касания). Найдите длину отрезка MK , если $OK = 15$ см.

5. На рисунке точки A и B — середины сторон, CH — высота треугольника. Найдите площадь треугольника, если $AB = 8$ см, $CH = 12$ см.



Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 6 и 7.

6. В треугольнике MPK на стороне MK отмечена точка A , на стороне PK — точка C , причем $AC \parallel MP$. Найдите длину отрезка AC , если $MK = 20$ см, $AM = 8$ см, $MP = 15$ см.

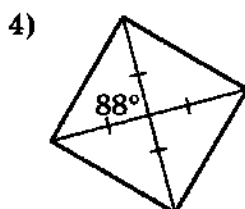
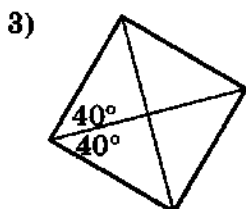
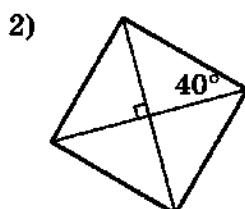
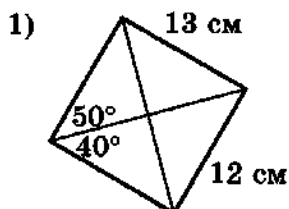
7. В ромбе $ABCD$ диагональ AC пересекает высоту DM , проведенную к стороне BC , в точке P . Найдите длины отрезков MP и DP , если сторона ромба равна 15 см, а высота равна 12 см.

ВАРИАНТ 4

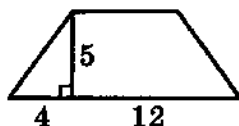
Часть 1

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–3.

1°. На каждом из приведенных ниже рисунков изображен параллелограмм, обладающий теми или иными свойствами. Используя данные, приведенные на рисунках, укажите номера тех рисунков, на которых изображен прямоугольник.



2°. Используя данные, указанные на рисунке, найдите площадь изображенной ниже равнобедренной трапеции.



- 1) 80 2) 40 3) 120 4) 60

3°. Найдите высоту, проведенную к основанию равнобедренного треугольника, если основание равно 16, а угол при основании равен 30° .

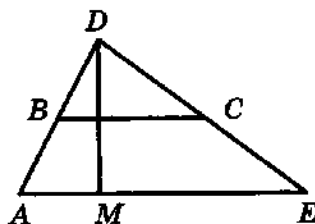
- 1) $16\sqrt{3}$ 2) $8\sqrt{3}$ 3) $\frac{16}{\sqrt{3}}$ 4) $\frac{8}{\sqrt{3}}$

Часть 2

Запишите ответ к заданиям 4 и 5.

4°. К окружности с центром O и радиусом 12 см проведена касательная DE (D — точка касания). Найдите длину отрезка OE , если $DE = 16$ см.

5. На рисунке точки B и C — середины сторон, DM — высота треугольника. Найдите площадь треугольника, если $BC = 13$ см, $DM = 7$ см.



Часть 3

Запишите обоснованное решение задач 6 и 7.

6. В прямоугольном треугольнике BCD из точки M гипотенузы BC проведен перпендикуляр MH к стороне BD . Найдите длину отрезка MH , если $BC = 24$ см, $MC = 9$ см, $CD = 16$ см.

7. В квадрате $ABCD$ диагональ BD пересекает отрезок AK ($K \in BC$) в точке O . Найдите длины отрезков AO и OK , если сторона квадрата равна 12 см, а отрезок BK равен 9 см.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ. ТЕМА № 1

Четырехугольники

1. Диагонали параллелограмма $ABCK$ равны 5 см и 8 см, сторона BC равна 6 см. Найдите периметр треугольника AKO , где O — точка пересечения диагоналей.

2. Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами AB и AD углы, равные 46° и 31° . Найдите углы треугольника ABC .

3. Периметр параллелограмма равен 40 см. Найдите стороны параллелограмма, если одна из них: 1) в 4 раза меньше другой; 2) на 7 см больше другой.

4. В треугольнике MPK на продолжении медианы ME за точку E отложен отрезок ED , равный ME . Докажите, что $MPDK$ — параллелограмм.

5. Докажите, что диагональ параллелограмма разбивает его на два равных треугольника.

6. В параллелограмме $ABCD$ на сторонах BC и AD взяты соответственно точки H и P — середины этих сторон. Известно, что $AB = 7$ см, $BC = 9$ см. Определите вид четырехугольника $ABHP$ (ответ обоснуйте) и найдите его периметр.

7. Диагонали прямоугольника $KMOP$ пересекаются в точке A , сторона MO равна 7 см, диагональ MP равна 9 см. Определите вид треугольника KPA (ответ обоснуйте) и найдите его периметр.

8. В прямоугольнике $ABCD$ биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке K . Докажите, что треугольник ABK — равнобедренный.

9. В прямоугольнике $ABCD$ диагональ AC делит угол BAD в отношении $4 : 5$. Найдите углы треугольника COD (O — точка пересечения диагоналей).

10. Диагонали ромба разбивают его на четыре треугольника. Найдите углы этих треугольников, если один из углов ромба 160° .

11. Одна из диагоналей ромба равна его стороне. Определите углы ромба.

12. Найдите стороны ромба, если его периметр равен 44.

13. Докажите, что диагонали квадрата разбивают его на четыре равных равнобедренных прямоугольных треугольника.

14. Докажите, что если диагонали трапеции равны, то она равнобедренная.

15. В трапеции $OBCK$ с основаниями BC и OK диагонали пересекаются в точке M . Найдите углы треугольника $МОК$, если $\angle KBC = 41^\circ$, $\angle OCB = 34^\circ$.

16. В равнобедренной трапеции $ABCD$ отрезок CM параллелен боковой стороне AB ($M \in AD$). Известно, что $AD = 30$ см, $BC = 22$ см, $AB = 17$ см.

1) Определите вид четырехугольника $ABCM$.

2) Определите вид треугольника MCD и найдите его периметр.

17. В трапеции $АРОВ$ $\angle A = 51^\circ$, $\angle B = 90^\circ$. Прямая, параллельная стороне AP , проходит через вершину O и точку D на большем основании AB . Найдите острые углы треугольника ODB .

18. В трапеции $MPKO$ (MO – большее основание) диагональ MK является биссектрисой угла M . Найдите величину угла MKO , если $\angle KPM = 140^\circ$ и $MK = KO$.

19. В равнобедренной трапеции диагонали являются биссектрисами ее тупых углов. Найдите периметр трапеции, если длины оснований равны 5 см и 8 см.

20. Через точку пересечения диагоналей параллелограмма проведены прямые, параллельные его сторонам. Найдите периметры полученных параллелограммов, если периметр данного параллелограмма равен 32 м.

Укажите, какие высказывания (№ 21–41) верны, какие неверны.

Параллелограмм

21. Четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие равны, — параллелограмм.

22. Четырехугольник, у которого сумма противоположных углов равна 180° , — параллелограмм.

23. Биссектрисы углов параллелограмма, не являющегося ромбом, пересекаясь, образуют прямоугольник.

24. Сумма расстояний от любой точки, лежащей внутри параллелограмма, до всех его сторон – величина постоянная.

25. Существует параллелограмм, у которого диагональ равняется его стороне.

26. Из вершин тупых углов параллелограмма проведены высоты. Концы этих четырех высот являются вершинами параллелограмма.

27. Существует параллелограмм, одна сторона которого равна 5, а его диагонали равны 4 и 6.

28. Существует параллелограмм, одна сторона которого равна 5, а его диагонали равны 4 и 3.

29. Существует параллелограмм, одна сторона которого равна 5, а его диагонали равны 7 и 6.

30. Если в четырехугольнике два угла прямые, то он является прямоугольником.

31. Параллелограмм, у которого есть прямой угол, является прямоугольником.

32. Четырехугольник, у которого есть прямой угол, является прямоугольником.

33. Существует прямоугольник, в котором есть точка, одинаково удаленная от всех его сторон.

34. Существует в прямоугольнике точка, одинаково удаленная от всех его вершин.

35. Существует ромб, диагональ которого в два раза больше его стороны.

36. Неравные ромбы могут иметь равные периметры.

37. Существует ромб, в котором сторона равна его высоте.

38. Если сумма внешних углов при каждой стороне четырехугольника равна 180° , то четырехугольник является параллелограммом.

39. Существует треугольник, у которого углы равны трем углам какого-нибудь параллелограмма.

40. Параллелограмм, у которого диагонали равны, является прямоугольником.

Трапеция

41. Существует трапеция, в которой диагональ является биссектрисой ее угла.

42. Биссектриса угла параллелограмма делит сторону параллелограмма на отрезки 9 см и 10 см. Найдите периметр параллелограмма.

Симметрии

43. Начертите прямоугольный треугольник ABC (угол C — прямой). Постройте симметричный ему треугольник относительно вершин C и A .

44. Начертите треугольник ABC . Постройте симметричный ему треугольник относительно сторон AB и BC .

45. Дан равнобедренный тупоугольный треугольник MKS с основанием SK . Постройте точку P , симметричную точке M относительно прямой SK . Определите вид четырехугольника $KMCP$.

46. Дан равнобедренный тупоугольный треугольник MKS с основанием SK . Постройте отрезок AB , симметричный SK , относительно вершины M . Определите вид четырехугольника $SABK$.

47. Постройте фигуру, симметричную ромбу относительно точки пересечения диагоналей.

48. Постройте фигуру, симметричную равностороннему треугольнику относительно точки пересечения высот.

49. Постройте фигуру, симметричную кругу относительно его центра.

50. Постройте центр симметрии данного параллелограмма, не используя его вершин.

51. Внутри острого угла A дана точка M . Постройте треугольник MPK наименьшего периметра вершины P и K на сторонах угла A .

52. Через данную точку проведите прямую, которая пересекает две данные прямые под равными углами.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ. ТЕМА № 2

Площадь. Теорема Пифагора

1. Треугольник ABC — равнобедренный с основанием AC . Найдите боковые стороны, если высота BH равна 8 см, основание 12 см.

2. Треугольник ABC — равнобедренный с основанием AC . Найдите основание, если медиана BM равна 12 см, а боковая сторона 13 см.

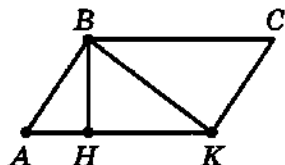
3. В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна 6,5 см, длина одного катета — 5 см. Найдите длину другого катета.

4. Найдите высоту, проведенную к основанию равнобедренного треугольника с боковой стороной 10 см и основанием 12 см.

5. Сторона ромба равна 20 см, а одна из его диагоналей равна 24 см. Найдите длину второй диагонали.

6. В окружности с радиусом 5 см проведена хорда, равная 6 см. Найдите длину отрезка, соединяющего центр окружности с серединой хорды.

7. Найдите периметр параллелограмма, изображенного на рисунке, если $AH = 9$ см, $BH = 12$ см, $BK = 20$ см.



8. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна 17 см, меньшее основание — 11 см, высота — 15 см. Найдите большее основание.

9. Основания трапеции равны 4 см и 8 см. Углы при большем основании равны 30° и 60° . Найдите длины боковых сторон трапеции.

10. Основания трапеции равны 6 см и 11 см, боковые стороны равны 3 см и 4 см. Найдите длину отрезка, соединяющего середины оснований.

11. В трапеции высота равна 12 дм, диагонали равны 15 дм и 20 дм. Найдите площадь трапеции.

12. Найдите диагональ квадрата со стороной 12 см.

13. Найдите высоту равностороннего треугольника, если его сторона равна 8 см.

14. В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна 6,5 см, длина одного катета равна 5 см. Найдите площадь треугольника.

15. Найдите сторону квадрата, если его диагональ равна 4 см.

16. К прямой a проведены наклонные $AB = 17$ см, $AC = 10$ см и перпендикуляр $AD = 8$ см. Найдите: 1) BD ; 2) CD ; 3) BC .

17. Определите площадь прямоугольника, если одна из его сторон равна 8 см, а диагональ равна 10 см.

18. Чему равна площадь равнобедренного треугольника с основанием 20 см и боковой стороной 26 см?

19. Определите площадь параллелограмма $ABCD$, если: $BC = 6$ см, $CD = 10$ см, $\angle ABC = 120^\circ$.

20. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $AB = 15$ см, $BK = 9$ см, $DK = 10$ см, где точка K лежит на стороне AD и $BK \perp AD$.

21. В трапеции $ABCD$ (AD — большее основание) проведены высоты BK и CM . Найдите площадь трапеции, если $AB = 10$, $AK = 6$, $KM = 4$, $DM = 8$.

22. Найдите площадь ромба с диагоналями 5 см и 13 см.

23. Найдите площадь равностороннего треугольника, если его сторона равна 12 см.

24. Площадь параллелограмма равна 30 см^2 . Найдите его периметр, если высоты параллелограмма равны 5 см и 3 см.

25. Точки A и B — середины сторон MP и MO параллелограмма $MPKO$. Прямые OA и PB пересекаются в точке C . Найдите площади четырехугольника $MACB$ и треугольника ABC , если площадь параллелограмма равна 36 см^2 .

26. Укажите, высказывание верное или неверное:

Медиана треугольника разбивает его на два равновеликих треугольника.

27. В треугольнике ABC стороны $BC = 4$ и $AC = 5$, а сумма длин высот, проведенных к этим сторонам, равна третьей высоте. Найдите длину AB .

28. Две стороны треугольника равны 6 и 8. Медианы, проведенные к ним, перпендикулярны. Найдите третью сторону.

29. Периметр ромба равен 4 м, длины его диагоналей относятся как 3 : 4. Найдите площадь ромба.

30. В трапеции, площадь которой равна 110 м^2 , высота 11 м, а разность длин оснований равна 6 м, найдите длины оснований.

31. Вычислите площадь прямоугольной трапеции, если ее острый угол равен 60° , меньшее основание равно 7 см, а большая боковая сторона равна 10 см.

32. Диагональ равнобедренной трапеции делит ее тупой угол пополам. Меньшее основание трапеции равно 3 см, периметр равен 42 см. Найдите площадь трапеции.

33. Одна из сторон треугольника на 5 см меньше другой, высота делит третью сторону на отрезки длиной 9 см и 16 см. Найдите периметр треугольника.

34. В равнобедренном треугольнике высоты, проведенные к основанию и боковой стороне, равны соответственно 5 см и 6 см. Найдите длину боковой стороны.

35. В параллелограмме $ABCK$ проведен перпендикуляр BH к стороне AK , при этом точка H лежит на стороне AK . Найдите площадь параллелограмма, если известно, что $AH = 8$ см, $HK = 10$ см, угол ABH равен 30° .

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ. ТЕМА № 3

Подобие треугольников.

Решение прямоугольных треугольников

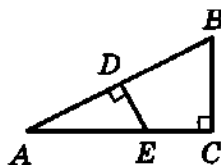
1. Даны две параллельные прямые a и b . Через точку M , лежащую между этими прямыми, проведены секущие HK и OP ($H \in a$, $K \in b$, $O \in a$, $P \in b$).

- 1) Докажите, что $\triangle HOM \sim \triangle KPM$.
- 2) Найдите PK , если $OH = 14$, $MH = 12$, $MK = 18$.
- 3) Найдите OP и HK , если $OH = 10$, $PK = 15$, $OM = 6$, $MK = 9$.

2. Дана трапеция $KMPO$ (MP — меньшее основание). Боковые стороны продолжены до пересечения в точке D .

- 1) Укажите полученные при этом подобные треугольники. Докажите их подобие.
- 2) Найдите большее основание, если $MP = a$, $DM = b$, $MK = c$.
- 3) Найдите боковые стороны трапеции, если $MP = 12$ см, $KO = 28$ см, $DK = 35$ см, $DP = 21$ см.

3. В прямоугольном треугольнике ABC проведен отрезок DE , причем $DE \perp AB$ (см. рисунок). Укажите имеющиеся на рисунке подобные треугольники. Запишите пропорциональность их соответствующих сторон.



4. В остроугольном треугольнике MBK проведены высоты MP и KC , пересекающиеся в точке D . Докажите, что: 1) $\triangle DKP \sim \triangle DMC$; 2) $\triangle BCK \sim \triangle BPM$.

5. Докажите, что высоты подобных треугольников относятся как соответствующие стороны.

6. В треугольнике MPK проведены средние линии CD и CE ($C \in PK$, $D \in MK$, $E \in PM$).

1) Определите вид четырехугольника $MECD$.

2) Найдите его периметр, если $\triangle MPK$ — равносторонний со стороной a .

3) Найдите периметр треугольника DCK , если $MP = 8$ см, $MK = 7$ см, $PK = 6$ см.

7. В треугольнике ABC проведены медианы AE и BD . Найдите периметр треугольника ABC , если периметр треугольника DCE равен p .

8. Треугольник MKP — равнобедренный с основанием MP .

1) Найдите основание, если высота KO равна 8 см, $\angle MKP = 120^\circ$.

2) Найдите боковую сторону, если медиана KL равна 10 см, $\angle M = 34^\circ$.

3) Найдите основание, если боковая сторона равна 6 см, $\angle MKP = 96^\circ$.

9. Высота AM треугольника ABC делит сторону BC на отрезки BM и MC . Найдите стороны треугольника, если $AM = 3$ см, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$.

10. Угол между радиусами OA и OB окружности равен 110° . Чему равна хорда AB , если радиус окружности равен 4 см?

11. Найдите площадь равнобедренного треугольника, если высота, проведенная к основанию, равна h , а угол между этой высотой и боковой стороной равен 60° .

12. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 6$, $AC = 7$, $BC = 8$ на AB взята точка M и проведена прямая MK ($K \in BC$), параллельная стороне AC , так, что $AM = BK$. Найдите длину MK .

13. Через точку M , принадлежащую стороне AC треугольника ABC , проведены прямые MK ($K \in BA$) и MP ($P \in BC$), параллельные соответственно сторонам CB и AB треугольника ABC . Найдите площадь треугольника KBP , если площади треугольников AKM и MPC равны соответственно 12 и 48.

14. Известно, что в трапеции $ABCD$ (BC и AD — основания) площади треугольников AOD и BOC равны соответственно 16 и 9 (O — точка пересечения диагоналей). Найдите площадь трапеции.

15. Площадь одного квадрата в 16 раз больше площади другого. Во сколько раз диагональ первого квадрата больше диагонали второго квадрата?

16. Через середину M стороны BC параллелограмма $ABCD$, площадь которого равна 6, и вершину A проведена прямая, пересекающая диагональ BD в точке O . Найдите площадь четырехугольника $OMCD$.

17. Сходственные стороны подобных треугольников равны 2 см и 7 см, площадь первого треугольника равна 12 см^2 . Найдите площадь второго треугольника.

18. В ромбе угол равен 60° , диагональ, проведенная из вершины этого угла, равна $6\sqrt{3}$ см. Найдите периметр, площадь и высоту ромба.

19. Длины оснований трапеции m и n . Прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей трапеции параллельно основаниям, пересекает боковые стороны в точках M и N . Найдите длину отрезка MN .

20. Укажите, верно ли высказывание?

Любые равносторонние треугольники подобны.

21. Боковая сторона равнобедренного треугольника ABC равна 15, а его площадь равна 67,5. Проведены высоты BE и $АН$, пересекающиеся в точке O . Найдите площадь треугольника $ВОН$.

22. Отрезки, соединяющие середины противоположных сторон выпуклого четырехугольника, перпендикулярны и равны 24 см и 10 см. Определите вид четырехугольника с вершинами в серединах сторон данного четырехугольника и найдите его периметр.

23. Определите вид четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон выпуклого четырехугольника, если известно, что отрезки, соединяющие середины противоположных сторон четырехугольника, равны.

24. Середины сторон равнобедренной трапеции попарно соединены. Определите вид получившегося четырехугольника.

25. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если известно, что один из катетов равен 15 дм и высота, проведенная к гипотенузе, равна 12 дм.

26. Точка на гипотенузе прямоугольного треугольника, равноудаленная от обоих катетов, делит гипотенузу на отрезки длиной 30 см и 40 см. Найдите катеты треугольника.

27. В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит противоположный катет на отрезки длиной 4 см и 5 см. Найдите площадь треугольника.

28. Площадь треугольника ABC равна 15 м^2 . На стороне AC взята точка K так, что $AK : KC = 2 : 3$. Длина перпендикуляра KH , проведенного на сторону BC , равна 6 м. Найдите длину BC .

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ. ТЕМА № 4

Окружность

1. Из точки M , лежащей вне окружности, проведены касательные MA и MB (A и B — точки касания). Докажите, что $MA = MB$.

2. К окружности с центром O проведена касательная AC (C — точка касания). Найдите радиус окружности, если $OA = 6$ см, $AC = 2\sqrt{5}$ см.

3. Прямые AB и AC касаются окружности с центром O радиусом 8 см, B и C — точки касания. Найдите отрезки AB и AC , если: 1) $\angle BAC = 60^\circ$; 2) $\angle BAC = 48^\circ$.

4. Дан квадрат со стороной 7 см. Найдите радиусы вписанной и описанной окружностей.

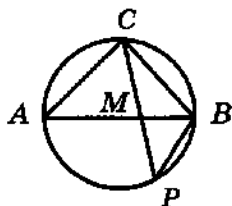
5. Найдите радиусы вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника со стороной 2 м.

6. Определите площадь прямоугольника, если одна из сторон равна 8 см, а радиус описанной около него окружности равен 8,5 см.

7. В окружности проведены хорда CP и диаметр AB (см. рисунок). Найдите:

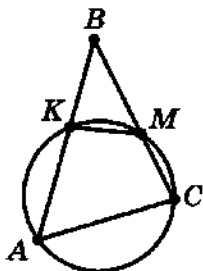
1) углы треугольника ABC , если $\angle P = \alpha$;

2) радиус окружности, если $PM = 6$, $CM = 8$, $BM = 4$.



8. В треугольнике ABC известны стороны $AB = 5$, $BC = 6$, $AC = 7$. Окружность, вписанная в треугольник, касается его сторон AB , BC , AC соответственно в точках K , M , P . Найдите длины отрезков AK , BM , CP .

9. Дан треугольник ABC . Окружность, проходящая через точки A и C , пересекает стороны BA и BC соответственно в точках K и M . Найдите подобные треугольники и докажите их подобие.



10. Радиус окружности пересекает хорду в точке A . Докажите, что радиус перпендикулярен хорде, если точка A — ее середина.

11. Радиус окружности пересекает хорду в точке A . Докажите, что точка A — середина хорды, если радиус перпендикулярен хорде.

12. Из центра окружности к хорде AB проведен перпендикуляр OM , равный 8 см. Найдите радиус окружности, если $\angle ABO = 30^\circ$.

13. Из центра O окружности к хорде AB проведен перпендикуляр OM , равный 8 см. Найдите хорду AB , если $\angle BOM = 45^\circ$.

14. Из точек A и B , лежащих вне окружности на одинаковом расстоянии от центра, проведены касательные

AD и BC (D и C — точки касания). Докажите, что отрезки AD и BC равны.

15. Через точки M и K , лежащие на окружности с центром O , проведены касательные MN и KN . Докажите, что $\triangle MON = \triangle KON$.

16. Через точки M и K , лежащие на окружности с центром O , проведены касательные MN и KN . Докажите, что NO — биссектриса угла MNK .

17. Докажите, что если PK и RS — диаметры одной окружности, то хорды RK и PS параллельны.

18. Даны две окружности с общим центром; AC — диаметр одной окружности, а BD — диаметр другой окружности. Докажите, что отрезки AD и BC равны и параллельны.

19. В окружности с центром K проведены хорды AB и CD . Докажите, что эти хорды равны, если $\angle KAB = \angle KCD$.

20. Докажите, что у равнобедренного треугольника центры вписанной и описанной окружностей лежат на прямой, которая проходит через медиану, проведенную к основанию.

21. В треугольник ABC вписана окружность с центром O . Найдите углы треугольников AOB , BOC и AOC , если $\angle BAC = 40^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$.

22. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник DEF , касается основания DE в точке A , а боковых сторон в точках B и C . Докажите, что периметры треугольников ABF и ACF равны.

23. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник DEF , касается основания DE в точке A , а боковых сторон в точках B и C . Найдите отрезки BF и CF , если периметр треугольника DEF равен 28 см, а основание равно 10 см.

24. Периметр прямоугольного треугольника равен 60 см, а гипотенуза равна 26 см. Найдите: 1) площадь треугольника; 2) радиусы вписанной в треугольник и описанной около треугольника окружностей.

25. В прямоугольный треугольник с площадью 24 см^2 вписана окружность. Точка касания с окружностью делит гипотенузу в отношении $2 : 3$. Найдите длины сторон треугольника.

26. Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, если радиус окружности, вписанной в этот треугольник, равен 3 см, а один из катетов равен 10 см.

27. В ромб, который делится своей диагональю на два равносторонних треугольника, вписана окружность радиуса 2. Найдите сторону ромба.

28. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ углы ABD и ACD равны. Найдите величину угла BAD , если углы DBC и CDB равны соответственно 47° и 73° .

29. В прямоугольном треугольнике ABC (угол C — прямой) проведена высота CH . В каждый из треугольников ACH и BCH вписана окружность. Найдите квадрат расстояния между центрами этих окружностей, если $AC = 12$, $BC = 5$.

30. Окружность с центром в точке O касается сторон угла A в точках B и C . Прямая BO пересекает луч AC в точке K . Найдите длину отрезка AO , если $AC = 8$ см, $CK = 2$ см.

31. Окружность с центром в точке O касается сторон угла A в точках B и C . Прямая BO пересекает луч AC в точке K . Найдите длину отрезка AK , если $AO = 3\sqrt{5}$ см, а радиус окружности равен 3 см.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ. ТЕМА № 5

Средняя линия трапеции

1. Верно ли, что в трапеции средняя линия проходит через точку пересечения диагоналей?
2. Основания трапеции равны m и n . Найдите длину отрезка, соединяющего середины диагоналей трапеции.
3. В равнобедренной трапеции биссектриса тупого угла делит основание пополам. Высота трапеции равна 5 см, а средняя линия – 14 см. Найдите периметр трапеции.
4. Высоты равнобедренной трапеции делят ее на квадрат и два равнобедренных треугольника, а ее боковая сторона равна $6\sqrt{2}$ см. Найдите среднюю линию.
5. В равнобедренной трапеции средняя линия равна 12 см, высота – 5 см. Найдите диагональ трапеции.
6. В прямоугольной трапеции $ABCD$ (AD – большее основание) диагональ AC является биссектрисой угла A и перпендикулярна боковой стороне CD . Найдите длину средней линии трапеции, если $AC = 7\sqrt{2}$.
7. Прямая, параллельная боковой стороне трапеции, отсекает от нее ромб. Площади полученных фигур относятся как 4 : 5. Найдите отношение стороны ромба к средней линии трапеции.
8. Средняя линия трапеции разбивает ее на две трапеции, площади которых относятся как $m : n$. Найдите отношение оснований трапеции.
9. Диагонали трапеции равны 10 см и 24 см, а средняя линия равна 13 см. Найдите площадь трапеции.

ОТВЕТЫ

Обучающие работы

О 2

- В 1. 1) 110° . 2) 20 см и 8 см.
 В 2. 1) 45° ; 135° . 2) 10 см и 20 см.
 В 3. 1) 45° ; 135° . 2) 5 см и 6 см.
 В 4. 1) 40° ; 140° . 2) 56 см.

О 3

Указание ко всем задачам. Биссектриса угла параллелограмма отсекает равнобедренный треугольник.

- В 1. 1) 96° ; 84° . 2) 86 см.
 В 2. 1) 70° ; 110° . 2) 6 см и 12 см.
 В 3. 1) 96° ; 84° . 2) 5 см и 15 см.
 В 4. 1) 68° ; 112° . 2) 30 см.

О 4

- В 1. 1) 20 см и 10 см. 2) 40° ; 140° ; 40° ; 140° .
 В 2. 1) 3 см. 2) 60° ; 60° ; 120° ; 120° .
 В 3. 1) 8 см. 2) могут, например, 50° ; 130° ; 110° ; 70° .
 В 4. 1) 66° ; 114° ; 66° ; 114° .

Указание. Биссектриса угла трапеции отсекает равнобедренный треугольник. Углы при основании равнобедренной трапеции равны. 2) 24 см и 12 см.

О 5

- В 1. 1) 60° ; 30° . 2) 3 см и 6 см.
 В 2. 1) 10 см, 10 см.
 В 3. 1) 41 см, 41 см.
 В 4. 1) 40 см.

О 6

- В 1. 1) 110° ; 70° ; 110° . 2) 40.
 В 2. 1) равнобедренный, 130° ; 25° ; 25° . 2) квадрат.
 В 3. 1) 70° ; 20° ; 90° . 2) прямоугольный, равнобедренный, 45° ; 45° ; 90° .
 В 4. 1) прямоугольный, равнобедренный, 45° ; 45° ; 90° . 2) ромб.

О 7

- В 1. 1) 12 см. 2) 117 см^2 .
 В 2. 1) $\sqrt{10}$ см. 2) 160 см^2 .
 В 3. 1) $6\sqrt{6}$ см. 2) 36 см.
 В 4. 1) $\sqrt{30}$ см. 2) 80 см.

О 8

- В 1. 1) $7,5 \text{ см}^2$. 2) 24 см^2 . 3) 10 см .
 В 2. 1) 6 см . 2) 48 см . 3) 70 см^2 .
 В 3. 1) 6 см и 8 см . 2) 8 см . 3) 260 см^2 .
 В 4. 1) 6 см . 2) 10 см и 24 см . 3) 120 см^2 .

О 9

- В 1. 1) $\sqrt{97} \text{ см}$. 2) $AB = 25 \text{ м}$, $AC = 15 \text{ м}$, $BC = 20 \text{ м}$.
 В 2. 1) $4\sqrt{17} \text{ см}$. 2) $AB = 11 \text{ дм}$, $AC = \sqrt{89} \text{ дм}$, $BC = 10 \text{ дм}$.
 В 3. 1) 12 м . 2) 21 см .
 В 4. 1) 15 м . 2) 25 м .

О 10

- В 1. 1) 5 см . 2) 13 и 14 . $AC = 21 \text{ см}$ или 9 см , $BC = 10 \text{ см}$.
 В 2. 1) 8 см . 2) 17 и 21 .
 В 3. 1) 4 , 10 , 24 , $6\sqrt{5}$. 2) $AB = 17 \text{ см}$,
 В 4. 1) 7 , 18 , 10 , $\sqrt{89}$. 2) 25 см или 7 см .

О 11

- В 1. 1) 13 м . 2) 16 .
 В 2. 1) 15 м . 2) 12 .
 В 3. 1) 24 см . 2) 8 , $4\sqrt{5}$.
 В 4. 1) 24 см . 2) 8 , $8\sqrt{5}$.

О 12

- В 1. 1) 240 см^2 . 2) 60 см^2 .
 В 2. 1) 24 см^2 . 2) 300 см^2 .
 В 3. 1) 384 см^2 . 2) $15,6 \text{ см}^2$.

Указание. Дополнительное построение. Через вершину тупого угла провести прямую, параллельную одной из боковых сторон. Она разделит трапецию на параллелограмм и прямоугольный треугольник (по теореме, обратной теореме Пифагора).

- В 4. 1) 88 . 2) 9 .

Указание. Медиана треугольника разбивает его на два равновеликих треугольника.

О 14

- В 1. 1) 21 см ; 30 см ; 24 см . 2) подобны.
 В 2. 1) 70 см . 2) подобны.
 В 3. 1) $4,5 \text{ см}$, $3,6 \text{ см}$. 2) 12 .
 В 4. 1) $5,4 \text{ см}$, $4,5 \text{ см}$. 2) $7,5$.

О 15

- В 1. 25 см , 15 см , 20 см , 150 см^2 .
 В 2. 25 см , 15 см , 150 см^2 .
 В 3. 25 см , 20 см , 150 см^2 .
 В 4. 25 см , 15 см , 20 см , 150 см^2 .

О 16

- В 1. 1) 6,5 см; 6 см; 7,5 см. 2) ромб; 24 см.
 В 3. 1) 14,5. 2) ромб, 30 см.
 В 2. 1) 20 см, 30 см, 26 см. 2) ромб; 118 см.
 В 4. 1) 24, 18, 16. 2) 18.

О 17

- В 1. 1) 6 см. 2) $12\sqrt{2}$. 3) 45° ; 45° .
 В 3. 1) 8 см. 2) $12\sqrt{3}$. 3) 60° ; 30° .
 В 2. 1) 12 см. 2) 24. 3) 60° ; 30° .
 В 4. 1) 7 см. 2) $12\sqrt{3}$. 3) 60° ; 30° .

О 18

- В 1. 1) ≈ 29 см; ≈ 17 см. 2) $\approx 53^\circ$; $\approx 127^\circ$. 3) 20 см; ≈ 39 см; ≈ 39 см.
 В 2. 1) $\approx 7,5$ см; $\approx 5,8$ см. 2) $\approx 73^\circ$; $\approx 107^\circ$. 3) 7,5 см; $\approx 14,5$ см.
 В 3. 1) $\approx 8,8$ см; 12,7 см. 2) $\approx 10^\circ$; $\approx 170^\circ$. 3) $\approx 6,2$ см; 6,5 см.
 В 4. 1) $\approx 4,8$ см; ≈ 9 см. 2) $\approx 82^\circ$; $\approx 98^\circ$. 3) 15 дм; 18 дм.

О 19

- В 1. 1) 24° или 156° . 2) 69°
 В 2. 1) 54° или 126° . 2) 76°
 В 3. 1) 68° . 2) 58°
 В 4. 1) 84° . 2) 43°

О 20

- В 1. 1) 10 см и 2 см. 2) 45° ; 45° ; 90° . 3) 15, 20, 12.
 В 2. 1) 6; 8. 2) 45° ; 45° ; 90° . 3) 6 и 24.
 В 3. 1) 3. 2) 25° ; 40° ; 115° . 3) 8 и 12.
 В 4. 1) 3 и 10. 2) 34° ; 36° ; 110° . 3) 9 см и 16 см; $AM = AN = 15$ см; $MB = BN = 20$ см.

О 21

- В 1. а) $\overrightarrow{PH}$ и $\overrightarrow{RZ}$. б) $\overrightarrow{XY}$ и $\overrightarrow{CD}$. в) $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{XY}| = 3$,
 $|\overrightarrow{PH}| = |\overrightarrow{RZ}| = \sqrt{10}$, $|\overrightarrow{KM}| = |\overrightarrow{FE}| = 2\sqrt{5}$.
 В 2. а) $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{DB}$. б) $\overrightarrow{BE}$ и $\overrightarrow{CE}$. в) $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{DB}$.
 В 3. а) $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{CD}$. б) $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AO}$ и $\overrightarrow{CO}$, $\overrightarrow{OB}$ и $\overrightarrow{OD}$.
 В 4. а) $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{DO}$ и $\overrightarrow{OB}$. б) $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{DA}$. в) $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ Равных векторов нет.

О 23

- В 1. 2) $x > 0$. В 3. 2) $x = -1$
 В 2. 2) $x = 1$. В 4. 2) $x < 0$

Математические диктанты

М 1

- 1) а) 6 см. б) 6 см. в) 15 см
2) а) 18 см. б) 11 см. в) 100° и 80°

М 2

- 1) 18 см. 2) 43° . 3) 5 см, 3 см, 3 см. 4) 60° , 120° . 5) 6,4 см

М 3

- 1) Да. 2) Нет. 3) Да. 4) Да. 5) Нет. 6) Нет. 7) Квадрат

М 4

- 1) Прямоугольная трапеция
2) Прямоугольник
3) Равнобедренный прямоугольный треугольник
4)



- 5) 8

М 5

- 1) б) 24 см^2 . 2) в) $17,5 \text{ см}^2$. 3) в) 80 см^2 . 4) в) 14 см^2 . 5) 4 см^2

М 6

- 2) 15 см. 3) 6 см. 4) 52 см. 5) 50 см^2

М 7

- 3) а) Пересекается. б) Касается. в) Не имеет общих точек.
4) 5 см. 5) д) $3\sqrt{3} \text{ см}$.

Проверочные работы

П 1

В 1. 1) 8,5 см. 2) 136° , 44° , 136° . 3) параллелограмм, 130° , 50° , 130° , 50° .

В 2. 1) 9,5 см. 2) 36° , 144° , 36° . 3) параллелограмм, 120° , 60° , 120° , 60° .

В 3. 1) 2 см и 6 см. 2) 70° , 20° , 90° .

В 4. 1) 3 см и 12 см. 2) 50° , 40° , 90° .

П 2

В 1. 2) 45° , 45° , 90° . 4) ромб, 52 см.

В 2. 2) 90° , 22° .

В 3. 2) 16 см и 16 см. 4) ромб, 64 см.

В 4. 1) 45° , 45° , 90° .

П 3

В 1. 1) 10 см. 2) 204 м^2 . 3) $\sqrt{5} \text{ см}$ и $2\sqrt{5} \text{ см}$. 4) 16 см и $8\sqrt{5} \text{ см}$.

В 2. 1) 13 см. 2) 48 см^2 . 3) $2\sqrt{10} \text{ см}$ и $6\sqrt{10} \text{ см}$. 4) $5\sqrt{2} \text{ см}$ и 7 см.

- В 3.** 1) 12 см. 2) 104 м^2 . 3) $2\sqrt{3}$ м. 4) $6\sqrt{5}$ см и 12 см.
В 4. 1) $10\sqrt{7}$ см. 2) 48 см^2 . 3) $2\sqrt{2}$ м. 4) 7 см и $5\sqrt{2}$ см.

П 4

- В 1.** 1) $12 \sin \beta$, $12 \cos \beta$. 2) 25. 4) 25
В 2. 1) $16 \sin \gamma$, $16 \cos \gamma$. 2) 15 см. 4) 24 см.
В 3. 1) $16 \sin \alpha$, $16 \cos \alpha$. 2) 20 см. 4) 36.
В 4. 1) $18 \sin \beta$, $18 \cos \beta$. 2) 24 см. 4) 9

П 5

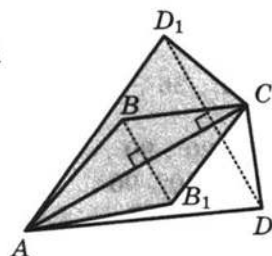
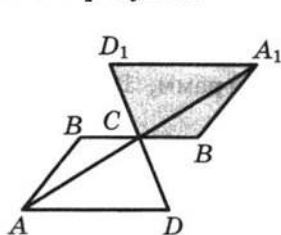
- В 1.** 1) 65° ; 25° ; 90° . 2) 10 см. 3) 9 см и 8 см. 4) 3 см, 7 см.
В 3. 1) 28° ; 62° ; 90° . 2) 12 см. 3) 4 м, 18 м. 4) 12 см и 8 см.
В 2. 1) 65° . 2) 12 см. 3) 4 см и 15 см. 4) 8 см и 10 см.
В 4. 1) 30° . 2) 12 см и 5 см. 3) 5 см. 4) 13 см и 7 см.

Контрольные работы

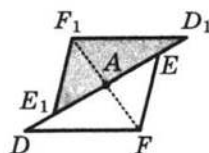
К 1

Задачи для подготовки к контрольной работе

- 1, 2, 4, 5, 8, 9, 10, 12
- 35° , 55° , 90° .
- 6 см и 8 см.
- Указание. Используйте свойство диагоналей прямоугольника.
- ромб, 36 см.
- Указание. Используйте признак равнобедренного треугольника и свойства углов при параллельных прямых и секущей.
- см. рисунки.

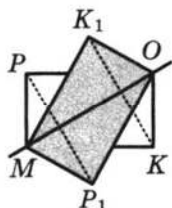


- В 1.**
 1. 1, 3, 5.
 2. 27.
 3. 4 см.
 4. 70° , 20° , 90° .
 5. см. рисунок.
 6. 56.



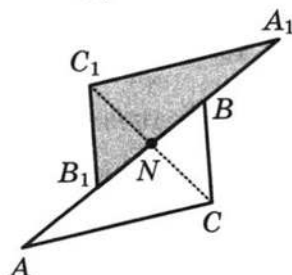
В 2.

1. 1, 2, 4.
2. 25.
3. 3 см.
4. 50° , 40° , 90° .
5. см. рисунок.
6. 58.



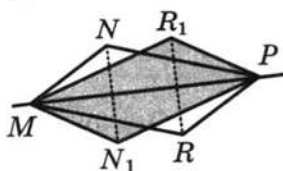
В 3.

1. 1, 3, 4.
2. 45.
3. 3 см.
4. 60° , 30° , 90° .
5. см. рисунок.
6. 54.



В 4.

1. 1, 2, 5.
2. 18.
3. 7 см.
4. 80° , 10° , 90° .
5. см. рисунок.
6. 52.



К 2

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. а) 21. б) 126. в) 84. г) 138.
2. 50 м.
3. 120.
4. $4\sqrt{10}$ см, 12 см.
5. $2\sqrt{3}$ м.
6. 19,2.
7. 9 см, $3\sqrt{10}$ см.
- В 1.** 1. 1. 2. 13 см. 3. 24 см. 4. 88 см^2 . 5. 6.
- В 2.** 1. 3. 2. 15 см. 3. 10 см. 4. 144 см^2 . 5. $\frac{20}{3}$.
- В 3.** 1. 4. 2. 20 см. 3. 16 см. 4. 132 см^2 . 5. 4.
- В 4.** 1. 3. 2. 9 см. 3. 13 см. 4. 104 см^2 . 5. 2,4.

К 3

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. $9\sqrt{3}$.
2. $12 \cos \alpha + 5$.

3. 18.
4. 15.
5. 7,2.
6. $\frac{4}{3}$.
7. трапеция, 36.
8. 4,5.
9. 5 и 4.

В 1. 1. 2. 2. 4. 3. 16. 4. $\frac{10}{\sqrt{3}}$. 6. $\frac{3}{4}$.

В 3. 1. 3. 2. 1. 3. 15. 4. $16\sqrt{3}$. 6. $\frac{2}{3}$.

В 2. 1. 1. 2. 3. 3. 9,6. 4. $20\sqrt{3}$. 6. 0,8.

В 4. 1. 1. 2. 2. 3. 20. 4. $12\sqrt{3}$. 6. 0,8.

К 4

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. 24 см.
2. 2, 4, 6.
3. 1) 75° . 2) а) 30° . б) 170° . 3) 70° .
4. 18 м, 4 м.
5. 12 см.
6. 48 см.
7. 30° .

В 1. 1. 4. 2. 2. 3. 10 см. 4. 6. 5. 6 $\sqrt{3}$ см. 6. 3 см.

В 3. 1. 1. 2. 4. 3. 12 см. 4. 16 см. 5. 55 см. 6. 8 см.

В 2. 1. 3. 2. 1. 3. 12 см. 4. 12 см. 5. 35 см. 6. 10 м.

В 4. 1. 2. 2. 2. 3. 5 см. 4. 15. 5. 4 см. 6. 7 м.

К 5

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. а) 1, 4, 6. б) 1, 2, 3, 4, 6, 8. в) 1, 4, 5, 6, 7.
2. а) 40. б) 112. в) 152.

3. $\frac{22}{\sqrt{3}}$ и $\frac{44}{\sqrt{3}}$.

4. $m^2 \sin \alpha$.

5. 8 см и 16 см.

6. 4 см.

7. 24 см.

В 1. 1. 2, 3. 2. 2. 3. 1. 4. 5 см. 5. 84 см^2 . 6. 9 см. 7. $\frac{20}{3}$ см и $\frac{16}{3}$ см.

В 2. 1. 1, 3. 2. 3. 3. 3. 4. 15 см. 5. 117 см^2 . 6. 14 см. 7. $\frac{80}{7}$ см и $\frac{60}{7}$ см.

В 3. 1. 2, 4. 2. 3. 3. 4. 4. 9 см. 5. 96 см^2 . 6. 9 см. 7. $\frac{9}{2}$ см и $\frac{15}{2}$ см.

В 4. 1. 1, 4. 2. 4. 3. 4. 4. 20 см. 5. 91 см^2 . 6. 10 см. 7. $\frac{60}{7}$ см и $\frac{45}{7}$ см.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

Дополнительные задачи. Тема № 1

Четырехугольники

1. 12,5 см.
2. 46° , 31° , 103° .
3. 1) 4 см, 16 см; 2) 6,5 см, 13,5 см.
6. 23 см.
7. 16 см.
9. 40° , 40° , 100° или 50° ; 50° ; 80° .
10. 80° , 10° , 90° .
11. 60° , 120° , 60° , 120° .
12. 11.
15. 41° , 34° , 105° .
16. 2) 42 см.
17. 51° , 39° .
18. *Указание.* Биссектриса угла трапеции отсекает равнобедренный треугольник, треугольник $МРК$ — равнобедренный с основанием $МК$, 140° .
19. *Указание.* Биссектриса угла трапеции отсекает равнобедренный треугольник, 29 см.
20. 16 м.
21. Неверно.
22. Неверно.
23. Верно.
24. Верно.
25. Верно.
26. Верно.
27. Неверно.
28. Неверно.
29. Верно.
30. Неверно.
31. Верно.
32. Неверно.
33. Верно.
34. Верно.
35. Неверно.
36. Верно.
37. Верно.
38. Верно.
39. Неверно.
40. Верно.
41. Верно.

42. 56 см или 58 см.

Указание. Биссектриса угла параллелограмма отсекает равнобедренный треугольник.

Дополнительные задачи. Тема № 2

Площадь. Теорема Пифагора

1. 10 см.

2. 10 см.

3. **Указание.** В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна ее половине, 12 см.

4. 8 см.

5. 32 см.

6. 4 см.

7. 80 см.

8. 27 см.

9. 2 см и $2\sqrt{3}$ см. **Указание.** Проведите прямую через вершину тупого угла трапеции параллельно боковой стороне. Трапеция разделится на параллелограмм и прямоугольный треугольник.

10. 2,5 см. **Указание.** Проведите через середину меньшего основания прямые, параллельные боковым сторонам. Они отсекут в трапеции треугольник со сторонами 3 см, 4 см, 5 см. Треугольник прямоугольный (по теореме, обратной теореме Пифагора). Искомый отрезок является медианой этого треугольника и равен половине гипотенузы.

11. 150 см^2 .

12. $12\sqrt{2}$ см.

13. $4\sqrt{3}$ см.

14. 30 см^2 .

15. $2\sqrt{2}$ см.

16. 1) 15 см; 2) 6 см; 3) 21 см или 9 см

17. 48 см^2 .

18. 240 см^2 .

19. $30\sqrt{3} \text{ см}^2$.

20. 198 см^2 .

21. 88.

22. $32,5 \text{ см}^2$.

23. $36\sqrt{3} \text{ см}^2$.

24. 32 см.

25. **Указание.** Медиана треугольника делит его на два равновеликих треугольника. Три медианы треугольника делят его на шесть частей, равных по площади. 6 см^2 , $1,5 \text{ см}^2$.

26. Верно.

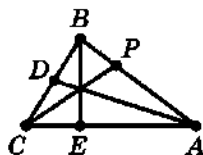
27. $AB = \frac{20}{9}$.

Решение. Пусть ABC — данный треугольник, $AC = 5$, $BC = 4$, AD , BE , CP — высоты треугольника, S — площадь треугольника.

$$2S = 5BE = 4AD = AB \cdot CP.$$

Тогда $BE = 0,4S$, $AD = 0,5S$, следовательно, $CP = 0,9S$.

$$AB = 2S : CP = \frac{20}{9}.$$



28. $2\sqrt{5}$.

Указание. Медианы треугольника точкой пересечения делятся в отношении 2 : 1, считая от вершины.

Решение.

1) Треугольник ABC , $BC = 8$, $AC = 6$, BK и AM — медианы, пересекаются в точке O .

2) Пусть $OM = x$, $OK = y$, тогда $OA = 2x$, $OB = 2y$.

3) Применим к прямоугольным треугольникам BOM и KOA теорему Пифагора, получим $x^2 + y^2 = 5$.

4) Для прямоугольного треугольника AOB $AB^2 = (2x)^2 + (2y)^2 = 20$.

5) $AB = 2\sqrt{5}$.

29. $0,96 \text{ м}^2$.

30. 7 м, 13 м.

31. $\frac{95\sqrt{3}}{2} \text{ см}^2$.

32. 96 см^2 .

Указание. Диагональ данной трапеции отсекает равнобедренный треугольник.

33. 60 см.

34. 6,25 см.

Решение.

1) Пусть треугольник ABC равнобедренный с основанием AC , BH и AM — высоты. $BH = 5$ см, $AM = 6$ см.

2) $S_{ABC} = 0,5 AC \cdot BH = 0,5 BC \cdot AM$

$5 AC = 6 BC$, т.е. $BC : AC = 5 : 6$, $BC : CH = 5 : 3$, $BC = 5x$, $CH = 3x$.

3) В треугольнике BHC по теореме Пифагора $25 + 9x^2 = 25x^2$

$x = 1,25$, $BC = 5 \cdot 1,25 = 6,25$ (см).

35. $144\sqrt{3} \text{ см}^2$.

Дополнительные задачи. Тема № 3

Подобие треугольников.

Решение прямоугольных треугольников

1. 2) 21; 3) $OP = 15$, $HK = 15$.

2. 2) $\frac{a(b+c)}{b}$; 3) 20 см, 28 см.

6. 1) параллелограмм; 2) $2a$; 3) 10,5 см.

7. 2р.

8. 1) $16\sqrt{3}$ см; 2) ≈ 18 см; 3) ≈ 8 см.

9. $AB = 3\sqrt{2}$ см, $AC = 2\sqrt{3}$ см, $BC = 3 + \sqrt{3}$ см.

10. ≈ 11 .

11. $h^2\sqrt{3}$.

12. $MK = 3$.

Решение.

Треугольники MBK и ABC подобны.

$$\frac{MB}{AB} = \frac{BK}{BC} = \frac{MK}{AC}.$$

Пусть $AM = BK = x$, тогда $MB = 6 - x$, $\frac{6-x}{6} = \frac{x}{8}$, $x = 24/7$.

$$\frac{24}{7 \cdot 8} = \frac{MK}{7}, MK = 3.$$

13. 24.

Указание. Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

Решение.

1) Треугольники CPM и MKA подобны (по двум углам), коэффициент подобия равен 2.

2) Пусть $MA = x$, $MK = y$, $AK = z$.

Тогда $PB = y$, $CP = 2y$, $CM = 2x$, $PM = BK = 2z$.

3) Получаем $\frac{CB}{MK} = \frac{3y}{y}$; $\frac{CA}{MA} = \frac{3x}{x}$; $\frac{BA}{KA} = \frac{3z}{z}$, следовательно,

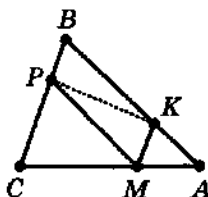
треугольники CBA и MKA подобны (по трем сторонам), коэффициент подобия равен 3.

4) $S_{CBA} = 9 \cdot S_{MKA} = 108$.

5) $S_{MPBK} = 108 - 48 - 12 = 48$, $S_{PBK} = 0,5 \cdot S_{MPBK} = 24$.

14. 49.

Указание. Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия. Отношение площадей тре-

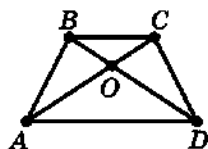


угольников с общей высотой равно отношению соответствующих сторон.

Решение

1) Треугольники AOD и COB подобны (по двум углам), коэффициент подобия равен $4/3$.

$$\frac{AO}{CO} = \frac{DO}{BO} = \frac{AD}{BC} = \frac{4}{3}$$



2) $S_{AOB} : S_{BCO} = AO : CO = 4/3$; $S_{AOB} = 4/3 \cdot S_{BCO} = 12$

3) $S_{COD} = S_{AOB} = 12$

$$S_{ABCD} = 12 + 12 + 16 + 9 = 49.$$

15. В 4 раза.

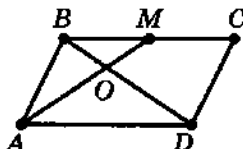
16. 2,5.

Указание. Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия. Отношение площадей треугольников с общей высотой равно отношению соответствующих сторон.

Решение.

1) Диагональ BD делит параллелограмм на две равные части. $S_{ABD} = S_{CBD} = 3$.

2) Треугольники BOM и DOA подобны (по двум углам), коэффициент подобия равен 0,5.



$$3) \frac{BM}{DA} = \frac{OM}{AO} = \frac{BO}{DO} = \frac{1}{2}, \quad S_{ABO} : S_{AOD} = BO : DO = 0,5; \quad S_{AOD} = \frac{2}{3} \cdot S_{ABD} = 2.$$

$$4) S_{OBM} : S_{AOD} = 0,25; \quad S_{OBM} = 0,5.$$

$$5) S_{OMCD} = S_{CBD} - S_{OBM} = 3 - 0,5 = 2,5.$$

17. 147 см^2 .

18. 24 см, $18\sqrt{3} \text{ см}^2$, $3\sqrt{3} \text{ см}$.

$$19. \frac{2mn}{n+m}.$$

20. Верно.

21. 24 или 6.

22. Ромб, 52 см.

23. Прямоугольник. *Указание.* Четырехугольник, вершинами которого являются середины сторон выпуклого четырехугольника, — параллелограмм.

24. Ромб.

25. 150 см^2 .

Указание. Использовать пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике.

26. 42 см и 56 см.

Указание. Точка, равноудаленная от сторон угла, принадлежит биссектрисе угла.

Биссектриса треугольника делит сторону на части, пропорциональные прилежащим сторонам. В данном случае отношение катетов равно 3 : 4. Применяя теорему Пифагора, получим уравнение $(3x)^2 + (4x)^2 = 4900$. $x = 14$.

27. 54 см².

Указание. Биссектриса треугольника делит сторону на части, пропорциональные прилежащим сторонам. В данном случае отношение катета и гипотенузы равно $\frac{4}{5}$. Применяя теорему

Пифагора, получим уравнение $(5x)^2 - (4x)^2 = 9^2$. $x = 3$.

28. 3 м.

Указание. Дополнительное построение: AM — высота треугольника ABC . Треугольники AMC и KHC подобны.

Дополнительные задачи. Тема № 4

Окружность

2. 4 см.

3. 1) $8\sqrt{3}$; 2) ≈ 20 см.

4. 3,5 см; $3,5\sqrt{2}$ см.

5. $r = \frac{\sqrt{3}}{3}$ м; $R = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ м.

6. 120 см².

7. 1) α , 90° , $90^\circ - \alpha$; 2) 8.

8. $AK = 3$, $BM = 2$, $CP = 4$.

Указание. AK равно $\frac{1}{2}(P - BC)$, где P — периметр треугольника.

9. **Указание.** Если четырехугольник вписан в окружность, то сумма противоположных углов равна 180° .

Примените признак подобия треугольников по двум углам.

12. 16 см.

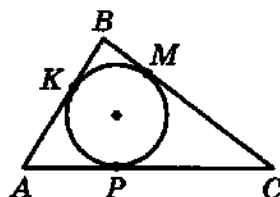
13. 16 см.

21. 20° , 30° , 130° ; 30° , 40° , 110° ; 40° , 20° , 120° .

23. 4 см, 4 см.

24. 1) 120 см², 2) 4 см, 13 см.

Решение. x см — длина одного катета, $(34 - x)$ см — длина другого катета.



По теореме Пифагора $x^2 + (34 - x)^2 = 26^2$. Отсюда $x = 10$ или $x = 24$.

25. 10 см, 8 см и 6 см.

Указание. Отрезки касательных, проведенных из одной точки к окружности, равны.

Решение.

1) Треугольник ABC (угол C — прямой), M — точка касания окружности и гипотенузы, r — радиус вписанной окружности, $AM : MB = 2 : 3$, $AM = 2x$ см, $MB = 3x$ см, $AB = 5x$ см, $AC = r + 2x$ (см), $BC = r + 3x$ (см).

2) Применив формулу площади прямоугольного треугольника и теорему Пифагора, составим систему уравнений:

$$\begin{cases} (r+2x)(r+3x) = 48, \\ (r+2x)^2 + (r+3x)^2 = (5x)^2. \end{cases}$$

3) Решив систему, получим $x = 2$, $r = 2$.

26. 7,25 см.

Указание. Отрезки касательных, проведенных из одной точки к окружности, равны.

Решение.

1) Треугольник ABC (угол C прямой). $AC = 3 + 7$ (см), $BC = 3 + x$ (см), $AB = 7 + x$ (см).

2) По теореме Пифагора $100 + (3 + x)^2 = (7 + x)^2$
 $x = 7,5$.

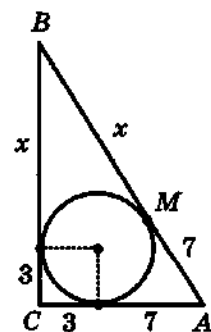
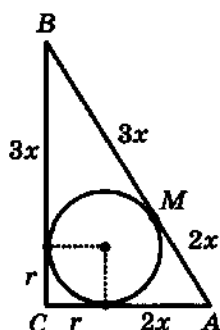
3) $AB = 14,5$ см, $R = 7,25$ см.

27. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

Решение.

1) Если диагональ ромба $ABCD$ делит его на два равносторонних треугольника, то острый угол ромба — 60° .

2) Так как радиус вписанной окружности равен 2, то высота ромба и высота равностороннего треугольника равны 4.



$$3) AB = \frac{4}{\sin 60^\circ} = \frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

28. 120° .

Указание. Если в выпуклом четырехугольнике $ABCD$ углы ABD и ACD равны, то около четырехугольника можно описать окружность.

29. 8.

$$30. \frac{8\sqrt{10}}{3} \text{ см.}$$

Указание. Отрезки касательных, проведенных из одной точки к окружности, равны.

Биссектриса треугольника делит сторону на части, пропорциональные прилежащим сторонам.

Радиус, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной.

Решение.

1) $AC = AB = 8$ см (по свойству касательных).

2) $\frac{BO}{OK} = \frac{AB}{AK}$ (по свойству биссектрисы треугольника).

3) $\frac{BO}{OK} = \frac{8}{10}$, $BO = 4x$ см, $OK = 5x$ см.

4) Треугольник ABK — прямоугольный.

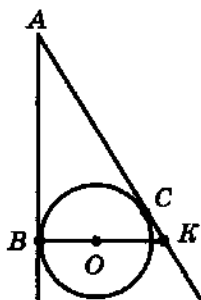
$$AK^2 - AB^2 = BK^2$$

$$100 - 64 = 81x^2$$

$$x = 2/3, BO = 8/3 \text{ см.}$$

$$5) \text{ Треугольник } ABO \text{ — прямоугольный, } AO = \sqrt{AB^2 + BO^2} = \sqrt{64 + \frac{64}{9}} = \frac{8\sqrt{10}}{3} \text{ см.}$$

31. 10 см.



Дополнительные задачи. Тема № 5 Средняя линия трапеции

1. Неверно.

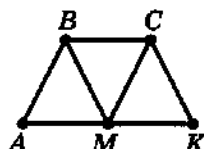
$$2. \frac{|m - n|}{2}$$

3. 54 см.

Указание. Биссектриса угла трапеции отсекает равнобедренный треугольник.

Решение.

1) Пусть $ABCK$ — трапеция, AK — большее основание, CM — биссектриса угла C , точка M — середина AK .



Треугольники ABM и MCK — равнобедренные с основаниями BM и CM соответственно.

2) Пусть половина меньшего основания равна x см, тогда $AB = AM = MK = CK = 14 - x$ (см). CH — высота трапеции и треугольника MCK .

3) В равнобедренном треугольнике MCK с основанием MC известно, что $MH = x$ см, $HK = 14 - 2x$ (см), $CK = 14 - x$ (см), $CH = 5$ см. По теореме Пифагора для треугольника CHK (угол H — прямой) получим $(14 - x)^2 = 5^2 + (14 - 2x)^2$, $x = 1$ ($x = \frac{25}{3}$ не удовлетворяет условию).

4) $P = 13 + 13 + 13 + 2 = 54$ см.

4. 12 см.

5. *Указание.* В равнобедренной трапеции высота, проведенная из вершины тупого угла, делит большее основание на два отрезка, длина большего из них равна полусумме оснований, меньшего — полуразности. 13 см.

6. 10,5 см.

7. $\frac{4}{9}$ или $\frac{5}{9}$.

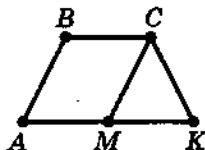
Решение.

1) $ABCK$ — трапеция, AK — большее основание, провели прямую CM параллельно стороне AB , которая разбила трапецию на ромб $ABCM$ и треугольник MCK , отношение площадей которых равно 4 : 5 или 5 : 4. Задача имеет два решения. Пусть $BC = AM = a$, $MK = b$, h — высота трапеции. Средняя линия равна $0,5(2a + b)$.

2) Пусть $S_{ABCM} : S_{MCK} = 4 : 5$.

$$S_{ABCM} : S_{MCK} = ah : \frac{bh}{2} = \frac{2a}{b} = \frac{4}{5}, \quad a : b = \frac{2}{5},$$

$$b = 2,5a.$$



$$\frac{a}{(2a + b) \cdot 0,5} = \frac{a}{2,25a} = \frac{4}{9}.$$

3) Пусть $S_{ABCM} : S_{MCK} = 5 : 4$.

$$S_{ABCM} : S_{MCK} = ah : \frac{bh}{2} = \frac{2a}{b} = \frac{5}{4}, \quad a : b = \frac{5}{8}, \quad b = 1,6a.$$

$$\frac{a}{(2a + b) \cdot 0,5} = \frac{a}{1,8a} = \frac{5}{9}.$$

$$8. \frac{3m-n}{3n-m}.$$

Решение.

Пусть основания трапеции равны a и b .

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{(a + \frac{a+b}{2}) \cdot \frac{h}{2}}{(\frac{a+b}{2} + b) \cdot \frac{h}{2}} = \frac{m}{n}.$$

$$\frac{3a+b}{3b+a} = \frac{m}{n}, \quad \frac{3 \cdot \frac{a}{b} + 1}{3 + \frac{a}{b}} = \frac{m}{n}, \quad \frac{a}{b} = \frac{3m-n}{3n-m}.$$

9. *Указание.* Через вершину тупого угла C трапеции $ABCD$ провести прямую CK , параллельную диагонали BD . Треугольник ACK — прямоугольный (по теореме, обратной теореме Пифагора). Площадь трапеции равна половине произведения ее диагоналей. 120 см^2 .

Учебное издание

**Мельникова Наталия Борисовна
Захарова Галина Алексеевна
Дидактические материалы
по геометрии
8 класс**

**к учебнику Л. С. Атанасяна и др.
«Геометрия. 7–9 классы»**

Издательство «ЭКЗАМЕН»

**Гигиенический сертификат
№ РОСС RU.ПЦ01.Н00199 от 19.05.2016 г.**

**Главный редактор Л. Д. Лаппо
Редактор И. М. Бокова
Технический редактор Л. В. Павлова
Корректоры Т. И. Шитикова, Л. И. Иванова
Дизайн обложки М. С. Михайлова
Компьютерная верстка М. А. Серова, О. Н. Савина**

**107045, Москва, Луков пер., д. 8.
www.examen.biz**

**E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 8(495)641-00-30 (многоканальный)**

**Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры,
литература учебная**

**Отпечатано в полном соответствии с предоставленными материалами
в типографии ООО «Чеховский печатник».
142300, Московская область, г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1.
Тел.: +7 915 222 15 42, +7 926 063 81 80.**

**По вопросам реализации обращаться по тел.:
8(495)641-00-30 (многоканальный).**