

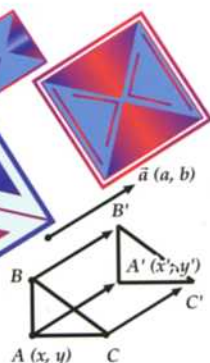
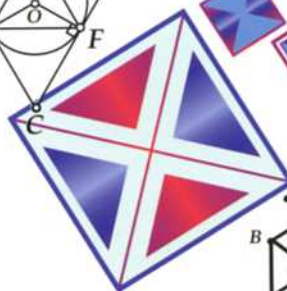
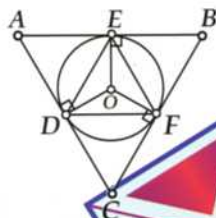
Н. Б. Мельникова, Г. А. Захарова

Дидактические материалы по геометрии

К учебнику Л. С. Атанасяна и др.
«Геометрия. 7–9 классы»

- ♦ Обучающие работы
- ♦ Математические диктанты
- ♦ Тематические проверочные работы
- ♦ Контрольные работы
- ♦ Дополнительные задачи
- ♦ Ответы

9
класс



Н. Б. Мельникова, Г. А. Захарова

Дидактические материалы по геометрии

К учебнику Л. С. Атанасяна и др.
«Геометрия. 7–9 классы»
(М. : Просвещение)

9 класс

Обучающие работы
Математические диктанты
Тематические проверочные
работы
Контрольные работы
Дополнительные задачи
Ответы

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2019

Имена авторов и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Мельникова Н. Б.

М48 Дидактические материалы по геометрии: 9 класс: к учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы». ФГОС (к новому учебнику) / Н. Б. Мельникова, Г. А. Захарова. — М. : Издательство «Экзамен», 2019. — 142, [2] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-14020-7

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Предлагаемые дидактические материалы призваны помочь учителю, работающему по учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы» (М. : Просвещение).

Пособие дополняет учебник, переработанный в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом, и полностью соответствует требованиям, предъявляемым стандартом к уровню изложения материала. Предлагаемые задания удовлетворяют требованиям планируемых результатов обучения как обязательного, так и повышенного уровня сложности.

Данное пособие состоит из нескольких разделов, включающих задания для работы учащихся на разных этапах учебного процесса. По каждому разделу предлагаются обучающие, проверочные и контрольные работы в четырёх вариантах; математические диктанты, дополнительные задания разного уровня сложности для дифференцированного обучения. К задачам даны ответы, а к некоторым — указания к решению.

Структура контрольных работ и форма заданий соответствуют структуре и форме заданий Основного государственного экзамена (ОГЭ).

Приказом № 699 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

**УДК 373:514
ББК 22.151я72**

Подписано в печать 02.11.2018. Формат 60х90/16. Гарнитура «Школьная».

Бумага офсетная. Уч.-изд. л. 4,02. Усл. печ. л. 9.

Тираж 10 000 экз. Заказ № 2849.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
ОБУЧАЮЩИЕ РАБОТЫ.....	10
Обучающая работа № 1. Действия над векторами	10
Обучающая работа № 2. Середина отрезка. Расстояние между точками.....	12
Обучающая работа № 3. Уравнение окружности	14
Обучающая работа № 4. Уравнение прямой.....	16
Обучающая работа № 5. Синус, косинус и тангенс углов от 0° до 180°	18
Обучающая работа № 6. Теорема синусов. Теорема косинусов	20
Обучающая работа № 7. Скалярное произведение векторов	22
Обучающая работа № 8. Многоугольники	24
Обучающая работа № 9. Длина окружности и ее части	26
Обучающая работа № 10. Площадь круга и его частей	28
Обучающая работа № 11. Движение	30
Обучающая работа № 12. Призма. Параллелепипед. Куб.....	32
Обучающая работа № 13. Пирамида	34
Обучающая работа № 14. Тела вращения	36
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДИКТАНТЫ	38
Математический диктант № 1. Координаты и векторы (1)	38
Математический диктант № 2. Координаты и векторы (2)	39
Математический диктант № 3. Решение треугольников. Скалярное произведение векторов	39
Математический диктант № 4. Правильные многоугольники	40

Математический диктант № 5. Длина окружности и площадь круга	41
Математический диктант № 6. Движение	41
ТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРОВЕРОЧНЫЕ РАБОТЫ	42
Проверочная работа № 1. Метод координат	42
Проверочная работа № 2. Решение треугольников. Скалярное произведение векторов	46
Проверочная работа № 3. Правильные многоугольники. Длина окружности и площадь круга	50
Проверочная работа № 4. Движения	53
Проверочная работа № 5. Многогранники и тела вращения	57
КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ	59
Контрольная работа № 1	59
Контрольная работа № 2	66
Контрольная работа № 3	74
Контрольная работа № 4	81
Контрольная работа № 5	88
Итоговая контрольная работа за курс 9 класса	95
Итоговая контрольная работа за курс 7–9 классов	102
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ	111
1. Метод площадей	111
2. Пропорциональные площади треугольников	112
3. Свойство биссектрисы треугольника	115
4. Подобие треугольников	118
5. Биссектриса параллелограмма, прямоугольника, трапеции	120
6. Продление медианы треугольника	124
ОТВЕТЫ	128
ПРИЛОЖЕНИЕ	141
Тематика контрольных работ	141

ПРЕДИСЛОВИЕ

Дидактические материалы предназначены для организации обучения по курсу планиметрии в основной школе по учебнику «Геометрия. 7–9» Л. С. Атанасяна и др.

Данное пособие состоит из нескольких разделов, включающих задания для работы учащихся на разных этапах учебного процесса. По каждому разделу предлагаются обучающие, проверочные и контрольные работы в 2-х — 4-х вариантах; математические диктанты, дополнительные задания разного уровня сложности для дифференцированного обучения. Почти ко всем задачам даны ответы, а к некоторым — указания к решению. Книга также содержит раздел задач из открытых банков заданий ОГЭ и ЕГЭ по математике.

Обучающие работы:

- для первичного закрепления,
- для формирования основных умений,
- для организации текущего контроля,
- для индивидуальной работы по восполнению пробелов в подготовке учеников.

Каждая обучающая работа относится к небольшому фрагменту курса.

Включенные в них задания показывают спектр применения изученных теоретических сведений в решении задач. Основная цель обучающих работ — не оценка знаний и умений учащихся, а выявление «узких мест» и своевременное устранение текущих пробелов в их подготовке. Объем каждой обучающей работы превышает временные возможности проведения традиционной самостоятельной работы на уроке. Предполагается, что эти упражнения учитель может использовать в разных формах организации учебного процесса. Возможно разделение заданий для проведения самостоятельных работ на 2–3 уроках, рассмотрение части заданий в ходе фронтальной работы с классом и др.

Работы даны в двух равноценных вариантах. Это позволяет использовать один из них для первоначального формирования умений, а другой — для их закрепления. В обучающие работы включены и несколько более трудные

задачи, отмеченные звездочкой, которые могут предлагаться (в зависимости от подготовки класса и отдельных учеников) всему классу или как индивидуальные задания.

Математические диктанты:

- как средство проверки готовности класса к изложению нового материала,
- как способ тренировки внимания школьников, оперативной памяти, умения сосредоточиться,
- для быстрой проверки сформированности представлений об изучаемых геометрических фигурах и усвоения связанных с ними понятий и терминологии.

В ходе изучения темы для учащихся важно уметь понимать терминологию, относящуюся к рассматриваемому материалу, знать введенные определения понятий, правильно трактовать заданную условием задачи ситуацию. Для проверки сформированности этих знаний и умений в ходе изучения темы используются математические диктанты. Математические диктанты не предполагают решения сложных задач.

Тематические проверочные работы:

- для подготовки к контрольным мероприятиям;
- как домашнее задание на весь период изучения темы;
- как средство ученику самостоятельно проверить степень усвоения материала темы.

Проверочные работы содержат задания, которые отражают уровень обязательных требований к подготовке учащихся и являются ориентиром удовлетворительного усвоения темы. Сюда же включены и задачи, несколько превышающие обязательный уровень, что должно создать некий запас прочности. Объем каждой работы достаточно велик и не предполагает проведения по ним контрольных мероприятий. Варианты использования этих наборов задач в учебном процессе могут быть различны в зависимости от методов работы конкретного учителя. Их можно предлагать учащимся на дом для подготовки к контрольным работам, рассматривать их на уроках, посвященных решению задач по всей пройденной теме. Каждая работа дается в двух похожих вариантах.

Контрольные работы

Пособие включает тематические контрольные работы и две итоговые работы. Каждая контрольная работа рассчитана на один урок. Все работы составлены в четырех вариантах одинакового уровня сложности.

Для подготовки к контрольной работе даются задания, проверяющие те же знания и умения, что и задания контрольной работы. Вместе с тем подготовительные задания по форме несколько отличаются от заданий контрольной работы. Задания для подготовки к контрольной работе можно предложить учащимся накануне проведения проверочной работы в качестве домашнего задания. Другой формой подготовки к проверочной работе может явиться проведение обучающей самостоятельной работы по заданиям данного раздела. Обучающая самостоятельная работа, с одной стороны, не предполагает выставления оценок, с другой стороны — после ее проведения необходимо разобрать решение всех задач или хотя бы тех задач, которые вызвали затруднения у большинства учащихся.

Структура контрольной работы

Каждая работа состоит из трех частей, соответствующих форме предлагаемых заданий.

В часть А включаются задания с выбором ответа. Учащимся нужно выбрать из предложенных вариантов либо верное утверждение, либо нужный рисунок. При этом верных ответов может быть несколько, и учащимся необходимо записать номера ответов, которые, по их мнению, верны. Заметим, что, вообще говоря, в заданиях с выбором ответа применяются два подхода. При первом подходе среди предлагаемых вариантов ответа имеется только один правильный. При втором — верных ответов может быть несколько, и результатом решения задачи является не один номер, а все номера верных ответов. При этом задание считается выполненным верно, если указаны номера всех верных ответов.

В часть В входят вычислительные задачи, которые необходимо решить и записать число, которое получилось в результате вычислений.

При выполнении частей А и В контрольной работы учащиеся не записывают ни обоснования, ни вычисления, нужные для решения задач. Все записи или рисунки учащиеся, в случае необходимости, могут делать в черновике. Черновик не сдается учителю и не влияет на оценку за выполнение работы.

В части С имеются и задачи на доказательство, и задачи на вычисление геометрических величин. Решение этих задач должно быть оформлено письменно, как в традиционной контрольной работе. Следует иметь в виду, что при записи решения вычислительных задач, так же как и при решении задач на доказательство, необходимо приводить обоснования с использованием изученных геометрических фактов.

Последняя задача, в каждом варианте отмеченная звездочкой, предназначена для наиболее подготовленных учащихся, успевающих достаточно быстро выполнить все предыдущие задания. В зависимости от уровня подготовленности класса эту задачу можно считать дополнительной и оценивать ее решение отдельно.

Перед проведением первой контрольной работы необходимо проинструктировать учащихся о том, как они должны оформить решение задач. Полезно привести пример, показывающий, как должны выглядеть ответы на задачи частей А и В.

Следует напомнить эти инструкции и при проведении каждой последующей контрольной работы.

Дифференцированный подход к учащимся осуществляется за счет того, что в работах представлены задания разного уровня, которые, как правило, расположены по мере возрастания уровня сложности¹. Номера заданий обязательного уровня, посильных для менее подготовленных учащихся, отмечены кружком. Такие задания представлены во всех трех частях работы.

¹ Стереометрический материал может изучаться в ознакомительном плане без обязательной проверки его усвоения. Поэтому контрольную № 5 по усмотрению учителя можно не проводить или полученные за нее оценки выставлять в журнал по желанию учащегося.

Следует заметить, что при традиционном письменном оформлении решения задач предлагаемое в контрольных работах количество задач было бы нереально решить за один урок. Однако нужно иметь в виду, что задания с выбором ответа и с кратким ответом не требуют времени на оформление решения и очень часто ответы на них могут быть получены устно. Поэтому основные затраты времени будут связаны с решением задач части С.

Дополнительные задачи:

В этом разделе представлены задачи, сгруппированные по принципу применения некоторых специфических приемов их решения. Конечно, здесь представлен не полный спектр таких приемов, а лишь наиболее популярные и часто применяемые в решении задач.

В каждом подразделе приводятся теоретические сведения, которые обосновывают рассматриваемые методы, а также один-два примера использования этих методов в решении конкретных задач. Набор задач для самостоятельного решения показывает спектр более широкого применения рассматриваемых методов в зависимости от разнообразных геометрических конфигураций, заданных условием.

Задачи из этого раздела можно использовать для

- уроков по решению задач,
- комплексного повторения материала курса,
- для дополнительного задания учащимся, которые быстрее других выполняют общее задание,
- для занятий, посвященных подготовке к итоговой аттестации.

Выражаем огромную благодарность учителям, которые, знакомясь с отдельными разделами книги, внесли свои замечания и предложения.

ОБУЧАЮЩИЕ РАБОТЫ

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 1

Действия над векторами

ВАРИАНТ 1

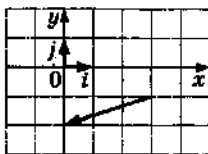
1. Даны векторы $\vec{a} \{-3; 1\}$ и $\vec{b} \{2; 2\}$. Найдите координаты суммы этих векторов.

2. Дан вектор $\vec{c} \{3; -1\}$. Найдите координаты вектора, равного $-4\vec{c}$.

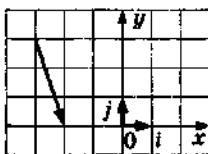
3. Найдите координаты вектора, равного $-3\vec{a} + 2\vec{b}$, если даны векторы $\vec{a} \{5; -2\}$ и $\vec{b} \{-2; 1\}$.

4. Укажите рисунок, на котором изображен вектор, равный $-3\vec{i} + 1\vec{j}$.

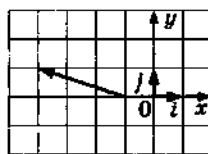
а)



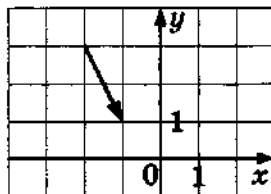
б)



в)



5*. Укажите координаты вектора, изображенного на рисунке.



6*. Укажите вектор, коллинеарный вектору $\vec{a} \{-6; 2\}$.

а) $\vec{b} \{3; -4\}$

б) $\vec{c} \{3; -1\}$

в) $\vec{m} \{3; 1\}$

г) $\vec{n} \{-1; 6\}$

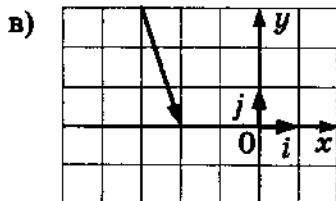
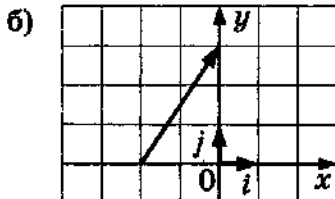
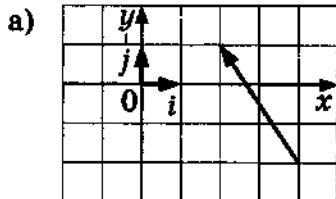
ВАРИАНТ 2

1. Даны векторы $\vec{b} \{3; 2\}$ и $\vec{c} \{-2; 1\}$. Найдите координаты суммы этих векторов.

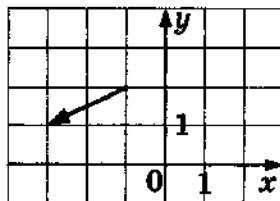
2. Дан вектор $\vec{m} \{-4; 1\}$. Найдите координаты вектора, равного $-3\vec{m}$.

3. Найдите координаты вектора, равного $3\vec{a} - 2\vec{b}$, если даны векторы $\vec{a} \{-3; 4\}$ и $\vec{b} \{2; -1\}$.

4. Укажите рисунок, на котором изображен вектор, равный $-2\vec{i} + 3\vec{j}$.



5*. Укажите координаты вектора, изображенного на рисунке.



6*. Укажите вектор, коллинеарный вектору $\vec{a} \{4; -2\}$.

- а) $\vec{b} \{-2; 4\}$ б) $\vec{c} \{2; 1\}$ в) $\vec{m} \{-2; 1\}$ г) $\vec{n} \{-1; 2\}$

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 2

Середина отрезка.
Расстояние между точками

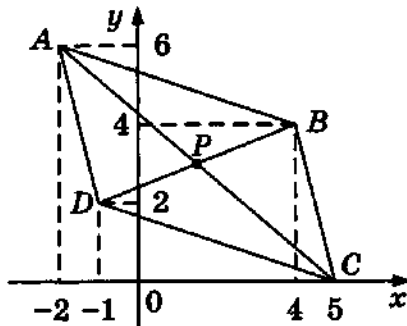
ВАРИАНТ 1

1. Найдите длину вектора $\vec{m}\{3; -2\}$.

2. Даны точки $A(7; -3)$ и $C(3; 5)$, являющиеся вершинами треугольника ABC . Найдите координаты точки K , лежащей на стороне AC , если KM — средняя линия треугольника.

3. На рисунке изображен параллелограмм $ABCD$. Используя рисунок, найдите:

- 1) координаты точки P ;
- 2) длину стороны CD .



4*. В треугольнике ABC высота $АН$ равна 6, причем точка H делит сторону BC на отрезки $BH = 4$ и $CH = 2$. Введите систему координат так, чтобы положительная полуось Ox совпала с лучом HB , а положительная полуось Oy — с лучом HA .

- 1) Укажите координаты точек A , B и C .
- 2) Укажите координаты точки M , если BM — медиана треугольника ABC .
- 3) Найдите длину медианы BM .

5*. Даны векторы $\vec{a}\{m; 4\}$ и $\vec{b}\{3; 5\}$. Найдите m , если известно, что $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.

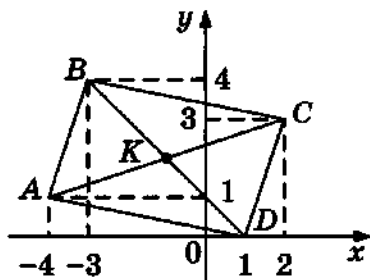
ВАРИАНТ 2

1. Найдите длину вектора $\vec{m} \{4; -1\}$.

2. Даны точки $A(-7; 3)$ и $B(3; 5)$, являющиеся вершинами треугольника ABC . Найдите координаты точки K , лежащей на стороне AB , если KM — средняя линия треугольника.

3. На рисунке изображен параллелограмм $ABCD$. Используя рисунок, найдите:

- 1) координаты точки K ;
- 2) длину стороны CD .



4*. Ромб $OABC$ лежит в первой координатной четверти, причем точка O является началом координат, точка C лежит на положительной полуоси Ox . Сторона ромба равна 5, высота ромба равна 4.

- 1) Укажите координаты точек A , B и C .
- 2) Укажите координаты точки M , если M — середина стороны BC .
- 3) Найдите длину отрезка OB .

5*. Даны векторы $\vec{a} \{5; 2\}$ и $\vec{b} \{3; m\}$. Найдите m , если известно, что $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.

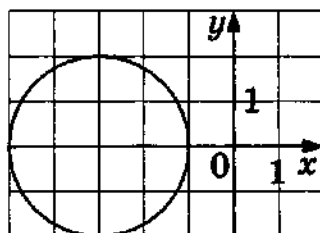
ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 3

Уравнение окружности

ВАРИАНТ 1

1. Укажите координаты центра и радиус окружности, заданной уравнением $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 16$.

2. Запишите уравнение окружности, изображенной на рисунке.



3. Окружность задана уравнением $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$. Какая из данных точек лежит на этой окружности?

- а) $M(-2; 3)$ б) $K(2; 0)$ в) $P(1; 3)$

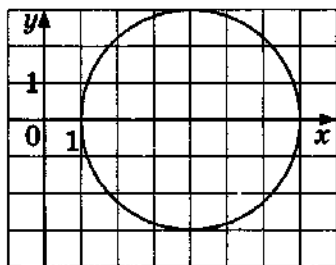
4*. Дано уравнение окружности $x^2 + 4x + y^2 = 10$. Укажите координаты ее центра и радиус.

5*. Составьте уравнение окружности с центром $C(3; 1)$, если она проходит через точку $M(0; 5)$.

ВАРИАНТ 2

1. Укажите координаты центра и радиус окружности, заданной уравнением $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 9$.

2. Запишите уравнение окружности, изображенной на рисунке.



3. Окружность задана уравнением $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 16$. Какая из данных точек лежит на этой окружности?

- а) $M(3; -4)$ б) $K(3; 0)$ в) $P(0; -4)$

4*. Дано уравнение окружности $x^2 - 4x + y^2 = 12$. Укажите координаты ее центра и радиус.

5*. Составьте уравнение окружности с центром $C(4; 2)$, если она проходит через точку $M(4; 8)$.

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 4

Уравнение прямой

ВАРИАНТ 1

1. Прямая задана уравнением $5x - 2y + 1 = 0$. Укажите угловой коэффициент этой прямой.

2. Прямая a задана уравнением $y = 3x - 5$, прямая b — уравнением $y = -3x + 5$, прямая c — уравнением $y = -3x - 5$. Укажите, какие из этих прямых параллельны.

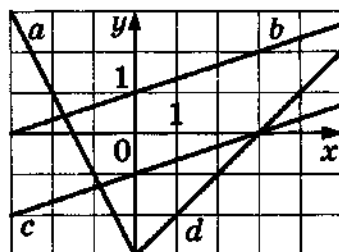
3. Для каждого уравнения укажите прямую, которую задает это уравнение.

1) $y = \frac{1}{3}x + 1$

2) $y = x - 3$

3) $y = -2x - 3$

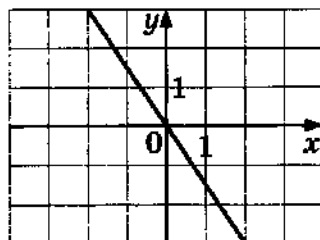
4) $y = \frac{1}{3}x - 1$



4*. Прямая, заданная уравнением $y = kx - 2$, проходит через точку $A(1; 5)$. Составьте уравнение этой прямой.

5*. Прямая, заданная уравнением $y = kx + b$, проходит через точки $A(1; 1)$ и $B(2; 4)$. Составьте уравнение этой прямой.

6*. Составьте уравнение прямой, изображенной на рисунке.



ВАРИАНТ 2

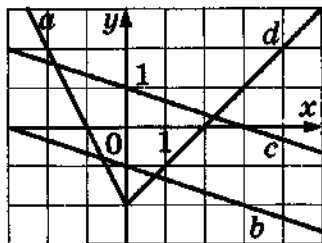
1. Прямая задана уравнением $3x + 4y - 1 = 0$. Укажите угловой коэффициент этой прямой.

2. Прямая a задана уравнением $y = -2x + 7$, прямая b — уравнением $y = -2x - 7$, прямая c — уравнением $y = 2x - 7$. Укажите, какие из этих прямых параллельны.

3. Для каждого уравнения укажите прямую, которую задает это уравнение.

1) $y = -\frac{1}{3}x + 1$ 2) $y = x - 2$

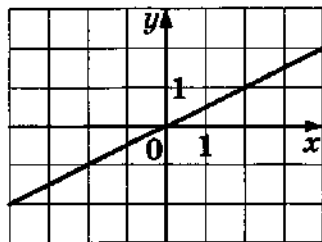
3) $y = -2x - 2$ 4) $y = -\frac{1}{3}x - 1$



4*. Прямая, заданная уравнением $y = kx + 3$, проходит через точку $A(1; 7)$. Составьте уравнение этой прямой.

5*. Прямая, заданная уравнением $y = kx + b$, проходит через точки $A(3; 4)$ и $B(2; 2)$. Составьте уравнение этой прямой.

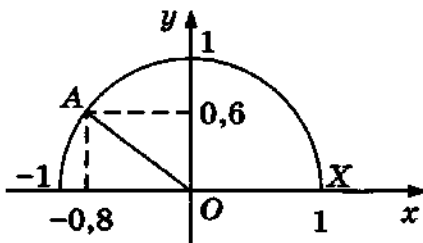
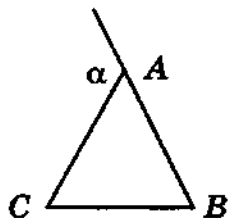
6*. Составьте уравнение прямой, изображенной на рисунке.



ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 5

Синус, косинус и тангенс углов от 0° до 180°

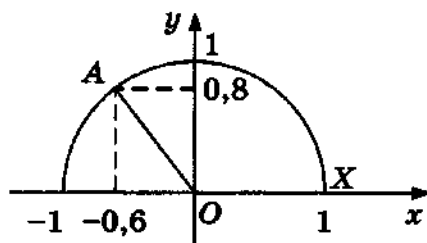
ВАРИАНТ 1

1. Найдите $\cos^2 \beta$, если $\sin \beta = \frac{1}{3}$.2. На рисунке $\angle AOX = \alpha$.Найдите $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$.3. Известно, что $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$.1) Найдите $3 + 8 \sin^2 \alpha$.2) Найдите $3 \operatorname{tg}^2 \alpha$.4*. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если в треугольнике ABC , изображенном на рисунке, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 80^\circ$.5*. Найдите косинусы углов равнобедренного треугольника, если один из его углов равен 120° .

ВАРИАНТ 2

1. Найдите $\sin^2 \beta$, если $\cos \beta = \frac{1}{4}$.

2. На рисунке $\angle AOX = \alpha$.
Найдите $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$.

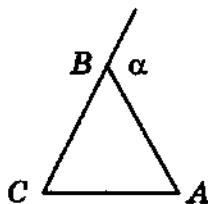


3. Известно, что $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$.

1) Найдите $4 + 18 \sin^2 \alpha$.

2) Найдите $3 \operatorname{tg}^2 \alpha$.

4*. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если в треугольнике ABC , изображенном на рисунке, $\angle C = 50^\circ$, $\angle A = 70^\circ$.



5*. В ромбе $ABCD$ угол B равен 120° . Найдите косинусы углов BAC и BCA .

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 6

Теорема синусов. Теорема косинусов

ВАРИАНТ 1

1. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.



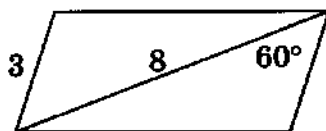
2. В треугольнике $ОМК$ синус угла $О$ равен $\frac{1}{4}$, $ОК = 8$, $МК = 6$. Найдите синус угла $М$.

3. В треугольнике ABC $\cos B = -\frac{1}{5}$, $AB = 5$, $BC = 4$. Найдите сторону AC .

4. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если сторона AC равна 12, а синус угла B равен 0,4.

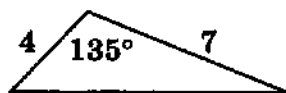
5*. Используя данные, указанные на рисунке, найдите:

- 1) периметр параллелограмма,
- 2) площадь параллелограмма.



ВАРИАНТ 2

1. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.



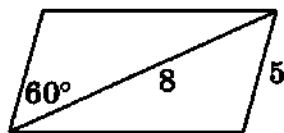
2. В треугольнике MPK синус угла M равен $\frac{1}{6}$, $MK = 12$, $PK = 4$. Найдите синус угла P .

3. В треугольнике ABD $\cos D = -\frac{1}{15}$, $AD = 5$, $BD = 3$. Найдите сторону AB .

4. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если сторона AB равна 16, а синус угла C равен 0,8.

5*. Используя данные, указанные на рисунке, найдите:

- 1) периметр параллелограмма,
- 2) площадь параллелограмма.



ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 7

Скалярное произведение векторов

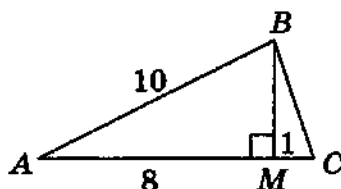
ВАРИАНТ 1

1. Стороны параллелограмма $ABCD$ равны 3 и 6, $\angle A = 60^\circ$.
Найдите скалярное произведение векторов:

- 1) $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$, 2) $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BC}$.

2. Используя данные, указанные на рисунке, найдите:

- 1) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC}$, 2) $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AM}$.



3. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a} \{2; 7\}$ и $\vec{b} \{-3; 2\}$.

4*. Сторона ромба $ABCD$ равна 8. Найдите косинус угла A , если скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$ равно 48.

5*. Найдите угол между векторами $\vec{m} \{6; -3\}$ и $\vec{n} \{6; 12\}$.

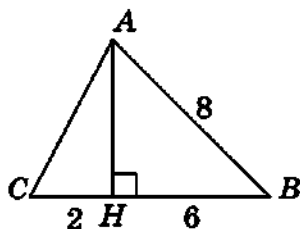
ВАРИАНТ 2

1. Стороны параллелограмма $ABCD$ равны 4 и 8, $\angle C = 60^\circ$.
Найдите скалярное произведение векторов:

- 1) $\overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{CD}$, 2) $\overrightarrow{DA}$ и $\overrightarrow{DC}$.

2. Используя данные, указанные на рисунке, найдите:

- 1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$, 2) $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AH}$.



3. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a} \{-2; 6\}$ и $\vec{b} \{3; 5\}$.

4*. Сторона ромба $ABCD$ равна 6. Найдите косинус угла B , если скалярное произведение векторов $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BC}$ равно 9.

5*. Найдите угол между векторами $\vec{m} \{-4; 12\}$ и $\vec{n} \{3; 1\}$.

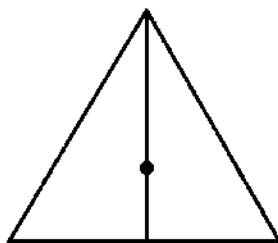
ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 8

Многоугольники

ВАРИАНТ 1

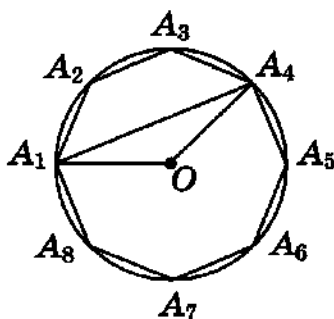
1. Найдите сумму углов пятиугольника.
2. Найдите угол правильного двенадцатиугольника.

3. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, если радиус описанной около него окружности равен 8.



4. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный четырехугольник, если радиус описанной около него окружности равен 6.

5*. Правильный восьмиугольник $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$ вписан в окружность радиуса 18. Найдите площадь треугольника A_1OA_4 .

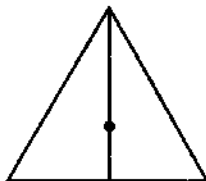


6*. Найдите площадь правильного двенадцатиугольника, вписанного в окружность радиуса 4.

ВАРИАНТ 2

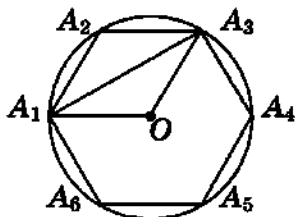
1. Найдите сумму углов девятиугольника.
2. Найдите угол правильного восемнадцатиугольника.

3. Найдите радиус окружности, описанной около правильного треугольника, если радиус вписанной в него окружности равен 8.



4. Найдите радиус окружности, описанной около правильного четырехугольника, если радиус вписанной в него окружности равен 6.

5*. Правильный шестиугольник $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ вписан в окружность радиуса 12. Найдите площадь треугольника A_1OA_3 .



6*. Найдите площадь правильного восьмиугольника, вписанного в окружность радиуса 10.

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 9

Длина окружности и ее части

ВАРИАНТ 1

1. Найдите длину окружности радиуса 7, считая, что $\pi = 3,14$.

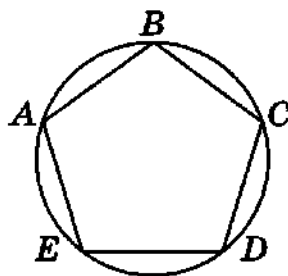
2. Длина одной окружности равна 16 см. Найдите длину другой окружности, если ее радиус в 2 раза меньше радиуса первой окружности.

3. На сколько уменьшится длина окружности, если ее радиус уменьшить на 5 см?

4. Найдите длину окружности, описанной около прямоугольника со сторонами 9 см и 12 см.

5. Длина окружности равна 70 см. Найдите длину дуги, соответствующей центральному углу 36° .

6*. В окружность вписан правильный пятиугольник $ABCDE$. Найдите длины дуг ABC и ABD , если радиус окружности равен 10.



7*. Высота правильного треугольника равна 6. Найдите длину окружности, описанной около этого треугольника.

ВАРИАНТ 2

1. Найдите длину окружности радиуса 5, считая, что $\pi = 3,14$.

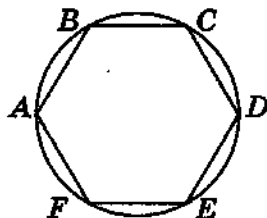
2. Длина одной окружности равна 36 см. Найдите длину другой окружности, если ее радиус в 3 раза меньше радиуса первой окружности.

3. На сколько уменьшится длина окружности, если ее радиус уменьшить на 3 см?

4. Найдите длину окружности, описанной около прямоугольника со сторонами 12 см и 5 см.

5. Длина окружности равна 72 см. Найдите длину дуги, соответствующей центральному углу 40° .

6*. В окружность вписан правильный шестиугольник $ABCDEF$. Найдите длины дуг ABC и ABE , если радиус окружности равен 9.



7*. Высота правильного треугольника равна 12. Найдите длину окружности, вписанной в этот треугольник.

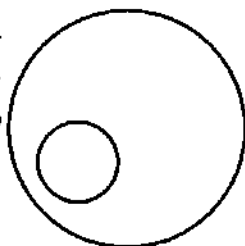
ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 10

Площадь круга и его частей

ВАРИАНТ 1

1. Найдите площадь круга радиуса 5 см, считая, что $\pi = 3,14$.

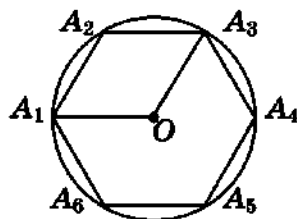
2. На рисунке радиус одной окружности в 3 раза больше радиуса другой окружности. Найдите площадь большего круга, если площадь меньшего равна 6 м^2 .



3. Найдите площадь кругового сектора с центральным углом 150° , если площадь круга равна 18 см^2 .

4. Найдите площадь круга, в который вписан прямоугольный треугольник с катетами 8 см и 6 см.

5*. Правильный шестиугольник $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ вписан в окружность с центром O и радиусом 6. Найдите площади секторов, на которые разбивают круг радиусы OA_1 и OA_3 .

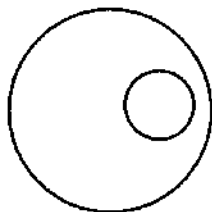


6*. Квадрат $ABCD$ вписан в окружность с центром O . Известно, что площадь треугольника AOB равна 8 м^2 . Найдите площадь кругового сектора AOB , содержащего этот треугольник.

ВАРИАНТ 2

1. Найдите площадь круга радиуса 4 см, считая, что $\pi = 3,14$.

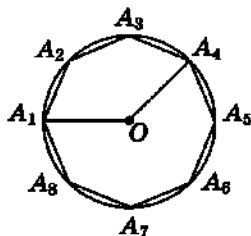
2. На рисунке радиус одной окружности в 4 раза больше радиуса другой окружности. Найдите площадь большего круга, если площадь меньшего равна 8 м^2 .



3. Найдите площадь кругового сектора с центральным углом 135° , если площадь круга равна 16 см^2 .

4. Найдите площадь круга, в который вписан прямоугольный треугольник с катетами 12 см и 16 см.

5*. Правильный восьмиугольник $A_1A_2A_3\dots A_8$ вписан в окружность с центром O и радиусом 8. Найдите площади секторов, на которые разбивают круг радиусы OA_1 и OA_4 .



6*. Квадрат $ABCD$ вписан в окружность с центром O . Известно, что площадь треугольника COB равна 18 м^2 . Найдите площадь кругового сектора COB , содержащего этот треугольник.

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 11

Движение

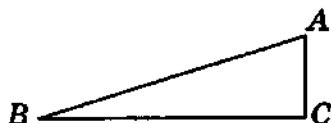
ВАРИАНТ 1

1. Докажите, что при движении равнобедренная трапеция отображается на равнобедренную трапецию.

2. Дан треугольник ABC . При параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{BC}$ точка A переходит в точку D . Докажите, что точка пересечения отрезков AC и BD является серединой каждого из них.

3. Начертите произвольный отрезок BC . Отметьте на нем точку O , не являющуюся его серединой. Постройте отрезок, в который переходит отрезок BC при повороте вокруг точки O на 40° по часовой стрелке.

4*. На рисунке треугольник ABC — прямоугольный, $\angle B = 20^\circ$. В результате поворота на 90° против часовой стрелки вокруг точки C точка A переходит в точку A_1 , точка B — в точку B_1 . Найдите $\angle AA_1B_1$.



5*. Дан прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 3$, $BC = 4$. При параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AC}$ точка B переходит в точку M . Найдите периметр треугольника BMD .

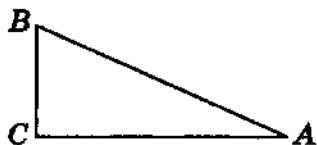
ВАРИАНТ 2

1. Докажите, что при движении прямоугольная трапеция отображается на прямоугольную трапецию.

2. Дан треугольник ABC . При параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AB}$ точка C переходит в точку E . Докажите, что точка пересечения отрезков BC и AE является серединой каждого из них.

3. Начертите произвольный отрезок AB . Отметьте на нем точку O , не являющуюся его серединой. Постройте отрезок, в который переходит отрезок AB при повороте вокруг точки O на 50° против часовой стрелки.

4*. На рисунке треугольник ABC — прямоугольный, $\angle A = 40^\circ$. В результате поворота на 90° по часовой стрелке вокруг точки C точка A переходит в точку A_1 , точка B — в точку B_1 . Найдите $\angle A_1B_1B$.



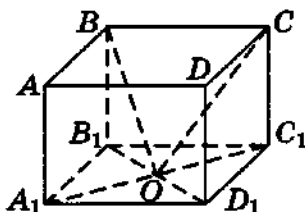
5*. Дан прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 8$, $BC = 6$. При параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{BD}$ точка C переходит в точку K . Найдите периметр треугольника ACK .

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 12

Призма. Параллелепипед. Куб

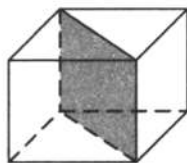
ВАРИАНТ 1

1. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольный параллелепипед, в основании которого лежит квадрат. Докажите, что изображенный на рисунке треугольник OBC — равнобедренный.



2. В основании прямой треугольной призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 10, а боковое ребро равно 8. Найдите объем призмы.

3. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 6 см. Найдите площадь его диагонального сечения.

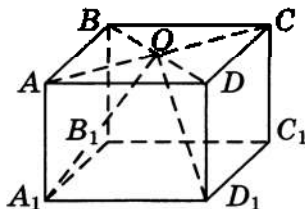


4*. $ABCA_1 B_1 C_1$ — прямая призма, причем ABC — равнобедренный треугольник с основанием AB . Найдите длину отрезка $C_1 M$, где M — середина ребра AB , если $AB = 8$, $AC = 5$, $BB_1 = 2\sqrt{10}$.

5*. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 8. Найдите площадь треугольника $AB_1 C$.

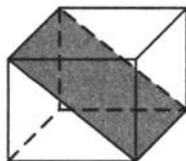
ВАРИАНТ 2

1. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольный параллелепипед, в основании которого лежит квадрат. Докажите, что изображенный на рисунке треугольник $OA_1 D_1$ — равнобедренный.



2. В основании прямой треугольной призмы лежит треугольник ABC , причем $AB = 12$, высота CH равна 10. Боковое ребро призмы равно 8. Найдите ее объем.

3. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 8 см. Найдите площадь сечения, изображенного на рисунке.



4*. $ABCA_1 B_1 C_1$ — прямая призма, причем ABC — равнобедренный треугольник с основанием BC . Найдите длину отрезка $A_1 K$, где K — середина ребра BC , если $BC = 12$, $AC = 10$, $BB_1 = 4\sqrt{5}$.

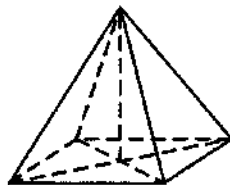
5*. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 10. Найдите площадь треугольника $BC_1 D$.

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 13

Пирамида

ВАРИАНТ 1

1. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 8, боковое ребро равно 10. Найдите диагональ основания.



2. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной пирамиды, если ребро основания равно 12, боковое ребро равно 10.

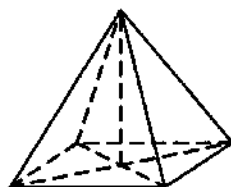
3. Боковое ребро треугольной пирамиды перпендикулярно плоскости основания и равно 5. Основанием пирамиды является треугольник ABC , в котором сторона AB равна 12, высота CH равна 10. Найдите объем пирамиды.

4*. В правильной четырехугольной пирамиде $MABCD$ проведено сечение плоскостью, проходящей через ребро AB и середины ребер MC и MD . Докажите, что сечение является трапецией и найдите среднюю линию этой трапеции, если сторона основания равна 16.

5*. Площадь поверхности куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равна 54 м^2 . Найдите объем пирамиды $B_1 ABC$.

ВАРИАНТ 2

1. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 13, диагональ основания равна 10. Найдите высоту пирамиды.



2. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной пирамиды, если ребро основания равно 8, боковое ребро равно 5.

3. Боковое ребро треугольной пирамиды перпендикулярно плоскости основания и равно 10 см. Основанием пирамиды является прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 4 см. Найдите объем пирамиды.

4*. В правильной четырехугольной пирамиде $MABCD$ проведено сечение плоскостью, проходящей через ребро AD и середины ребер MB и MC . Докажите, что сечение является трапецией и найдите среднюю линию этой трапеции, если сторона основания равна 12.

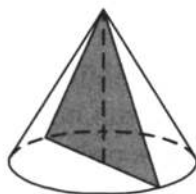
5*. Площадь поверхности куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равна 24 м^2 . Найдите объем пирамиды $C_1 CBD$.

ОБУЧАЮЩАЯ РАБОТА № 14

Тела вращения

ВАРИАНТ 1

1. Осевым сечением конуса является правильный треугольник со стороной 6 см. Найдите объем конуса.



2. Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами 10 см и 8 см. Найдите боковую поверхность цилиндра.

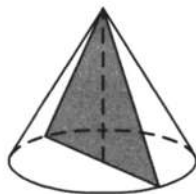
3. AB — диаметр сферы, точка C лежит на сфере. Найдите радиус этой сферы, если $AC = 12$, $BC = 5$.

4*. Найдите боковую поверхность конуса, если его высота равна 15, а образующая равна 17.

5*. Точки A и C лежат на сфере с центром O , $AC = 12$, $\angle ACO = 45^\circ$. Найдите площадь поверхности сферы.

ВАРИАНТ 2

1. Осевым сечением конуса является правильный треугольник со стороной 6 см. Найдите боковую поверхность конуса.



2. Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами 4 см и 12 см. Найдите боковую поверхность цилиндра.

3. AC — диаметр сферы, точка M лежит на сфере. Найдите радиус этой сферы, если $AM = 12$, $CM = 9$.

4*. Найдите объем конуса, если его высота равна 12, а образующая равна 13.

5*. Точки A и B лежат на сфере с центром O , $AB = 14$, $\angle AOB = 90^\circ$. Найдите площадь поверхности сферы.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ № 1

Координаты и векторы (1)

1. Изобразите ромб $ABCD$.

1) Запишите вектор, равный вектору $\overrightarrow{CD}$.

2) Запишите вектор, противоположный вектору $\overrightarrow{BC}$.

3) Запишите три равенства и укажите, какие из них верные.

а) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$, б) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$, в) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

2. Изобразите систему координат. Отметьте в координатной плоскости точку $A(-2; 1)$. Отложите от этой точки вектор $\overrightarrow{AC}(3; -4)$.

3. Нарисуйте треугольник ABC . Выразите вектор $\overrightarrow{BC}$ через векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4. Постройте произвольный вектор $\overrightarrow{AB}$ и точку M . Изобразите вектор $\overrightarrow{MK}$, равный $-2\overrightarrow{AB}$.

5. Дано разложение вектора по единичным векторам: $\vec{a} = -5\vec{i} + 7\vec{j}$. Запишите координаты этого вектора.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ № 2

Координаты и векторы (2)

1. Запишите координаты двух точек: $A(3; 7)$ и $B(-1; 3)$.
Найдите координаты середины отрезка AB .
2. Запишите уравнение окружности с центром $M(2; 5)$ и радиусом 4.
3. Изобразите трапецию $ABCD$ с основаниями BC и AD .
Изобразите среднюю линию этой трапеции.
4. Найдите длину средней линии трапеции, если ее основания равны 10 и 16.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ № 3

Решение треугольников. Скалярное произведение векторов

1. Изобразите треугольник ADE .
 - 1) Запишите для этого треугольника теорему синусов.
 - 2) Запишите, чему равен квадрат стороны DE , используя теорему косинусов.
2. Углы α и β — смежные.
 - 1) Найдите $\sin \beta$, если $\sin \alpha = 0,7$.
 - 2) Найдите $\cos \alpha$, если $\cos \beta = 0,3$.
3. Изобразите треугольник BCD . Отметьте на рисунке длины его сторон: $BC = 3$, $CD = 4$. Найдите площадь треугольника, если $\sin C = 0,2$.
4. Изобразите треугольник ABC . Отметьте на рисунке $AC = 5$, $BC = 4$, $\angle C = 60^\circ$. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{CA}$ и $\overrightarrow{CB}$.
5. Запишите координаты векторов $\vec{a}(5; -3)$ и $\vec{b}(2; 7)$.
Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ № 4

Правильные многоугольники

1. Изобразите правильный треугольник MNK , проведите в нем высоту MT и отметьте центр правильного треугольника — точку O .

1) Укажите, какой отрезок на рисунке равен радиусу описанной окружности.

2) Укажите, какой отрезок на рисунке равен радиусу вписанной окружности.

3) Найдите $\angle NOK$.

2. Изобразите правильный четырехугольник $ABCD$, диагонали которого пересекаются в точке O .

1) Укажите, какой отрезок на рисунке равен радиусу описанной окружности.

2) Изобразите и запишите отрезок, равный радиусу вписанной окружности.

3) Найдите длину стороны, если радиус вписанной окружности равен 8 см.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ № 5

Длина окружности и площадь круга

1. Радиус окружности равен 10 см.

1) Найдите длину окружности.

2) Найдите площадь круга.

2. Нарисуйте правильный треугольник ABC , вписанный в окружность с центром O .

1) Найдите длину дуги ACB , если длина всей окружности равна 12.

2) Найдите площадь сектора AOC , содержащего сторону AC , если площадь круга равна 18.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ № 6

Движение

1. Изобразите точки A и B , симметричные относительно прямой m .

2. Изобразите точки C и D , симметричные относительно точки K .

3. Начертите произвольный вектор $\overrightarrow{CB}$ и точку M . Изобразите точку P , в которую перейдет точка M при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{CB}$.

4. Укажите, какие из следующих утверждений верны.

а) Точка пересечения диагоналей прямоугольника является его центром симметрии.

б) Точка пересечения диагоналей равнобедренной трапеции является его центром симметрии.

в) Диагональ ромба является его осью симметрии.

г) Диагональ прямоугольника является его осью симметрии.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРОВЕРОЧНЫЕ РАБОТЫ

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 1

Метод координат

ВАРИАНТ 1

1. Даны точки $A(1; 6)$ и $B(4; 2)$. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ и его модуль.

2. Укажите, какие из данных пар векторов коллинеарны.

а) $\vec{a} \{2; -3\}$ и $\vec{b} \{-3; 2\}$ в) $\vec{c} \{-1; 3\}$ и $\vec{d} \{2; -6\}$

б) $\vec{e} \{4; 1\}$ и $\vec{f} \{-4; -1\}$ г) $\vec{m} \{-3; 4\}$ и $\vec{n} \{-6; -8\}$

3. Даны точки $M(7; -12)$, $P(3; 6)$ и $K(-17; -2)$. Отрезок BD является средней линией треугольника MPK ($B \in MP$, $D \in PK$). Определите координаты точек B и D и длину отрезка BD .

4. Докажите, что треугольник ABC является равнобедренным и укажите его основание, если известны координаты вершин: $A(2; -2)$, $B(-4; 6)$, $C(-6; 4)$.

5. Вычислите координаты векторов $3\vec{a} + 4\vec{b}$ и $2\vec{a} + 3\vec{b}$, если даны векторы $\vec{a} \{1; -2\}$, $\vec{b} \{-2; 5\}$.

6. Даны точки $P(10; -5)$ и $T(-2; 11)$, являющиеся концами диаметра окружности.

1) Определите координаты центра и радиус окружности.

2) Постройте ее в координатной плоскости.

3) Запишите уравнение этой окружности.

4) Проверьте вычислениями, лежит ли на этой окружности точка $D(-5; -2)$.

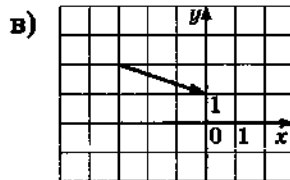
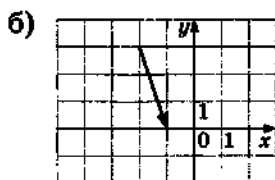
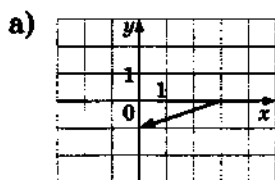
7. Прямая задана уравнением $2x - 3y = 12$. Проверьте, какая из данных точек лежит на этой прямой.

а) $K(2; -3)$; б) $M(3; -2)$; в) $P(4; -1)$.

8. Запишите уравнение прямой, если известно, что она проходит через точку $(-1; -3)$ и при этом:

- 1) параллельна оси Ox ;
- 2) параллельна оси Oy ;
- 3) проходит через начало координат.

9*. Укажите рисунок, на котором изображен вектор $\vec{a}\{3; -1\}$.



10*. Запишите уравнение прямой, если известно, что она проходит через точку $(1; 1)$, а угловой коэффициент равен 3.

11*. Даны векторы $\overrightarrow{PK}\{3; -1\}$, $\overrightarrow{MK}\{5; 4\}$. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{MP}$.

12*. Даны точки $B(-3; 3)$, $C(4; 2)$, $D(-3; -5)$ и $E(-4; 2)$. Докажите, что $BCDE$ — равнобедренная трапеция. Найдите длину ее средней линии.

ВАРИАНТ 2

1. Даны точки $A(5; -1)$ и $B(1; 2)$. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ и его модуль.

2. Укажите, какие из данных пар векторов коллинеарны.

а) $\vec{a} \{-2; 3\}$ и $\vec{b} \{-4; 6\}$ в) $\vec{c} \{-1; 3\}$ и $\vec{d} \{3; -1\}$

б) $\vec{e} \{1; 6\}$ и $\vec{f} \{-1; -6\}$ г) $\vec{m} \{-6; -2\}$ и $\vec{n} \{3; -1\}$

3. Даны точки $P(-12; 10)$, $M(6; 4)$ и $K(0; -6)$. Отрезок BD является средней линией треугольника MPK ($B \in MP$, $D \in MK$). Определите координаты точек B и D и длину отрезка BD .

4. Докажите, что треугольник ABC является равнобедренным и укажите его основание, если известны координаты вершин: $A(1; 4)$, $B(-6; 3)$, $C(-3; 7)$.

5. Вычислите координаты векторов $4\vec{a} - 5\vec{b}$ и $-2\vec{a} + 3\vec{b}$, если даны векторы $\vec{a} \{3; -2\}$, $\vec{b} \{-1; 5\}$.

6. Даны точки $P(8; -3)$ и $T(2; -11)$, являющиеся концами диаметра окружности.

1) Определите координаты центра и радиус окружности.

2) Постройте ее в координатной плоскости.

3) Запишите уравнение этой окружности.

4) Проверьте вычислениями, лежит ли на этой окружности точка $D(-5; -2)$.

7. Прямая задана уравнением $3x - 2y = 6$. Проверьте, какая из данных точек лежит на этой прямой.

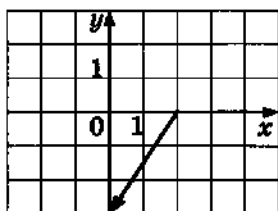
а) $K(-4; 3)$; б) $M(3; 4)$; в) $P(4; 3)$.

8. Запишите уравнение прямой, если известно, что она проходит через точку $(-2; -4)$ и при этом:

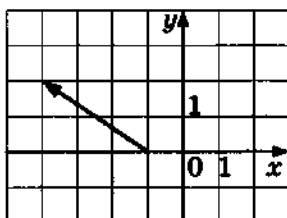
- 1) параллельна оси Ox ;
- 2) параллельна оси Oy ;
- 3) проходит через начало координат.

9*. Укажите рисунок, на котором изображен вектор $\vec{a}\{-3; 2\}$.

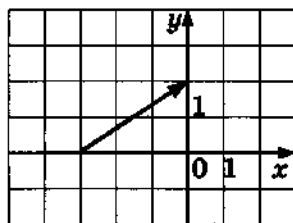
а)



б)



в)



10*. Запишите уравнение прямой, если известно, что она проходит через точку $(-1; 2)$, а угловой коэффициент равен 2.

11*. Даны векторы $\overrightarrow{PM}\{-2; 1\}$, $\overrightarrow{KM}\{5; 4\}$. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{KP}$.

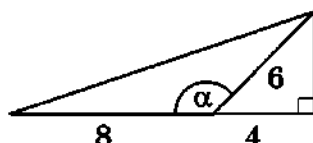
12*. Даны точки $B(-6; 1)$, $C(-2; 3)$, $D(4; 1)$ и $E(6; -3)$. Докажите, что $BCDE$ — равнобедренная трапеция. Найдите длину ее средней линии.

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 2

Решение треугольников.
Скалярное произведение векторов

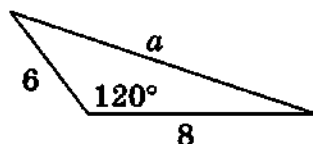
ВАРИАНТ 1

1. Используя данные, указанные на рисунке, найдите $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$.



2. В треугольнике ABC найдите синус угла C , если $AB = 8$ см, $AC = 10$ см, $\angle B = 30^\circ$.

3. Используя данные, указанные на рисунке, найдите сторону a .

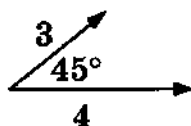


4. В треугольнике DBC найдите угол C , если $BD = 2\sqrt{7}$, $BC = 4$, $CD = 6$.

5. Найдите площадь равнобедренного треугольника с боковой стороной 4 м и углом, противолежащим основанию, равным 30° .

6. Проверьте, перпендикулярны ли векторы: а) $\vec{a}\{2; 5\}$ и $\vec{b}\{10; -4\}$ б) $\vec{m}\{3; 1\}$ и $\vec{n}\{4; -6\}$.

7. Найдите скалярное произведение векторов, изображенных на рисунке.



8. Даны векторы $\vec{a}\{5; 5\}$ и $\vec{b}\{4; 0\}$. Вычислите:

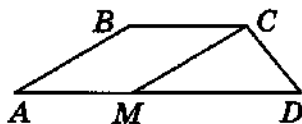
1) скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

2) абсолютную величину векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

3) угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Проверьте полученный результат, отложив векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от начала координат.

9. Найдите $\sin^2 \alpha$, если известно, что $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$.

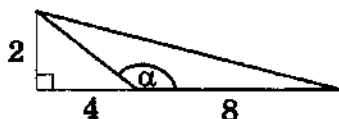
10*. На рисунке $ABCD$ — трапеция, $CM \parallel AB$. Найдите неизвестные углы и боковые стороны трапеции, если $\angle CMD = 30^\circ$, $\angle D = 45^\circ$, $CM = 8$ см.



11*. В параллелограмме $ABCD$ стороны равны 10 см и 4 см, а угол B равен 135° . Найдите скалярное произведение векторов: 1) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$; 2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

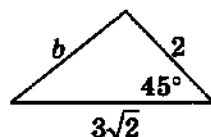
ВАРИАНТ 2

1. Используя данные, указанные на рисунке, найдите $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$.



2. В треугольнике ABC найдите синус угла C , если $BC = 12$ см, $AB = 3\sqrt{2}$ см, $\angle A = 45^\circ$.

3. Используя данные, указанные на рисунке, найдите сторону b .

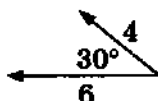


4. В треугольнике DBC найдите угол C , если $BD = 2\sqrt{5}$, $BC = 6$, $CD = 2\sqrt{2}$.

5. Найдите площадь равнобедренного треугольника с боковой стороной 6 м и углом, противолежащим основанию, равным 45° .

6. Проверьте, перпендикулярны ли векторы: а) $\vec{a}\{3; 5\}$ и $\vec{b}\{10; -6\}$ б) $\vec{m}\{4; 1\}$ и $\vec{n}\{3; -6\}$.

7. Найдите скалярное произведение векторов, изображенных на рисунке.



8. Даны векторы $\vec{a}\{3; 0\}$ и $\vec{b}\{4; 4\}$. Вычислите:

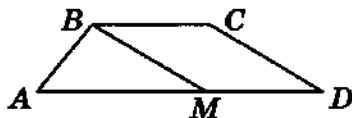
1) скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

2) абсолютную величину векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

3) угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Проверьте полученный результат, отложив векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от начала координат.

9. Найдите $\sin^2 \alpha$, если известно, что $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$.

10*. На рисунке $ABCD$ — трапеция, $BM \parallel CD$. Найдите неизвестные углы и боковые стороны трапеции, если $\angle AMB = 30^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $BM = 10$ см.



11*. В параллелограмме $ABCD$ стороны равны 8 см и 5 см, а угол A равен 150° . Найдите скалярное произведение векторов: 1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$; 2) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 3

Правильные многоугольники.
Длина окружности и площадь круга

ВАРИАНТ 1

1. Найдите углы правильного двадцатиугольника.
2. Найдите величину центрального угла правильного восемнадцатиугольника.
3. Найдите сторону правильного шестиугольника и радиус вписанной в него окружности, если радиус описанной окружности равен $12\sqrt{3}$ см.
4. Найдите периметр правильного четырехугольника, если радиус описанной около него окружности равен 10 м.
5. Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен 12 см. Найдите радиус вписанной окружности, сторону и высоту треугольника.
6. Дан правильный треугольник со стороной 18 см. Найдите длину окружности и площадь круга, вписанные в данный треугольник.
7. В окружность вписан правильный шестиугольник, сторона которого равна 12 см. Найдите длину дуги, соответствующей центральному углу шестиугольника.
8. Правильный восьмиугольник вписан в окружность с центром O и радиусом 4. Найдите площадь кругового

сектора AOB , если дуга AB стягивает сторону данного восьмиугольника.

9*. В круг радиуса 9 см вписан прямоугольник $ABCD$, у которого сторона AB в 2 раза меньше диагонали. Найдите площадь сектора AOD , содержащего сторону AD .

10*. Найдите площадь правильного треугольника, если радиус описанной около него окружности равен 10 см.

11*. Вычислите площадь круга, вписанного в правильный треугольник со стороной 6 см.

ВАРИАНТ 2

1. Найдите углы правильного восемнадцатиугольника.

2. Найдите величину центрального угла правильного двадцатиугольника.

3. Найдите сторону правильного шестиугольника и радиус описанной окружности, если радиус вписанной в этот шестиугольник окружности равен $14\sqrt{3}$ см.

4. Периметр правильного четырехугольника равен 16 м. Найдите радиус описанной около него окружности.

5. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 12 см. Найдите радиус описанной окружности, сторону и высоту треугольника.

6. Дан правильный треугольник со стороной 12 см. Найдите длину окружности и площадь круга, описанные около данного треугольника.

7. В окружность вписан правильный четырехугольник, сторона которого равна 12 см. Найдите длину дуги, соответствующей центральному углу четырехугольника.

8. Правильный двенадцатиугольник вписан в окружность с центром O и радиусом 6. Найдите площадь кругового сектора AOB , если дуга AB стягивает сторону данного двенадцатиугольника.

9*. В окружность радиуса 9 см вписан прямоугольник $ABCD$, у которого диагональ в 2 раза больше стороны BC . Найдите длины дуг, стягиваемых хордой AB .

10*. Найдите площадь правильного треугольника, если радиус вписанной в него окружности равен 6 см.

11*. Вычислите площадь круга, вписанного в правильный шестиугольник со стороной 8 см.

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 4

Движения

ВАРИАНТ 1

1. В координатной плоскости взята точка $A(-4; 7)$. Укажите координаты и постройте точку:

- 1) симметричную точке A относительно оси ординат;
- 2) симметричную точке A относительно начала координат;
- 3) в которую переходит точка A при параллельном переносе на вектор $\vec{m} \{2; -3\}$.

2. Даны точки $A(0; -4)$ и $B(0; -2)$. Выполните поворот отрезка AB около начала координат на 90° против хода часовой стрелки. Укажите координаты концов отрезка, полученного при этом повороте.

3. В координатной плоскости взята точка $A(4; -4)$. Укажите координаты и постройте точку, в которую переходит точка A при повороте на 45° против часовой стрелки около начала координат.

4. Дан прямоугольный треугольник MOP с прямым углом P . Постройте фигуру, симметричную этому треугольнику относительно: 1) прямой MP ; 2) прямой OM ; 3) точки O ; 4) точки P .

5. Дан равнобедренный треугольник MKP с основанием MP . Постройте точку K_1 , симметричную точке K относительно прямой MP . Определите вид четырехугольника $MKP K_1$. Ответ обоснуйте.

6. Отметьте точки M , P и H , не лежащие на одной прямой. Выполните параллельный перенос треугольника MPH , при котором точка M отображается в точку P .

7*. Начертите квадрат $ABCD$. Постройте:

1) отрезок, в который отображается диагональ BD при повороте около точки A на 90° против часовой стрелки;

2) точку, в которую отображается точка D при повороте около точки B на 45° по часовой стрелке.

8*. При параллельном переносе отрезок BC отображается в отрезок B_1C_1 . Найдите координаты точки C_1 , если известны координаты остальных точек: $B(6; -3)$; $B_1(5; 1)$; $C(-4; 2)$.

ВАРИАНТ 2

1. В координатной плоскости взята точка $A(5; -3)$. Укажите координаты и постройте точку:

- 1) симметричную точке A относительно оси абсцисс;
- 2) симметричную точке A относительно начала координат;
- 3) в которую переходит точка A при параллельном переносе на вектор $\vec{m} \{-1; 4\}$.

2. Даны точки $A(-3; 0)$ и $B(-6; 0)$. Выполните поворот отрезка AB около начала координат на 90° по ходу часовой стрелки. Укажите координаты концов отрезка, полученного при этом повороте.

3. В координатной плоскости взята точка $A(-3; 3)$. Укажите координаты и постройте точку, в которую переходит точка A при повороте на 45° по часовой стрелке около начала координат.

4. Дан равнобедренный треугольник MKP с основанием MP , в котором проведена высота KO . Постройте фигуру, симметричную этому треугольнику относительно: 1) прямой MK ; 2) прямой OK ; 3) точки O ; 4) точки K .

5. Дан треугольник ABC . Постройте точки A_1 и C_1 , симметричные точкам A и C относительно вершины B . Определите вид четырехугольника AC_1A_1C . Ответ обоснуйте.

6. Отметьте точки B , C и E , не лежащие на одной прямой. Выполните параллельный перенос треугольника BEC , при котором точка B отображается в точку E .

7*. Начертите равносторонний треугольник ABC . Постройте:

1) отрезок, в который отображается сторона AC при повороте около точки B на 60° по часовой стрелке;

2) точку, в которую отображается точка A при повороте около точки C на 30° против часовой стрелки.

8*. При параллельном переносе отрезок AD отображается в отрезок A_1D_1 . Найдите координаты точки D_1 , если известны координаты остальных точек: $A(8; -2)$; $A_1(5; 4)$; $D(-3; 1)$.

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 5

Многогранники и тела вращения

ВАРИАНТ 1

1. Найдите площадь боковой поверхности куба, если диагональ боковой грани равна 10 см.

2. Ребро основания правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 4, а боковое ребро равно $2\sqrt{7}$. Сечущая плоскость проходит через середины ребер BC и CD и вершину C_1 . Найдите периметр сечения.

3. Найдите объем прямой призмы, если ее основанием является прямоугольный треугольник с катетом 12 см и гипотенузой 13 см, а боковое ребро призмы равно 8 см.

4. Основанием прямой призмы является прямоугольник, сторона которого равна 12, а диагональ равна 13. Боковое ребро призмы равно 4. Найдите площадь полной поверхности призмы.

5. Точки O и O_1 — центры оснований цилиндра, OA — радиус основания. Найдите площадь боковой поверхности и объем цилиндра, если $O_1 A = 3\sqrt{5}$, $OO_1 = 6$.

6*. Найдите площадь основания правильной четырехугольной пирамиды, боковое ребро которой равно 13, а высота равна 12.

7*. Найдите сторону основания правильной треугольной пирамиды, если ее высота равна 4, а боковое ребро равно 8.

8*. Угол между образующей конуса и его высотой равен 60° . Найдите площадь боковой поверхности и объем конуса, если образующая равна 8 см.

9*. Точки M и K лежат на сфере с центром O . Найдите площадь сферы и объем шара, если $MK = 9$ см, $\angle MOK = 60^\circ$.

ВАРИАНТ 2

1. Найдите площадь боковой поверхности правильной четырехугольной призмы, если ее диагональ равна 10 см, а диагональ основания равна 8 см.

2. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 4. Секущая плоскость проходит через середины ребер AB , BC и BB_1 . Найдите периметр сечения.

3. Найдите объем прямой призмы, если ее основанием является треугольник со сторонами 17 см, 17 см и 16 см, а боковое ребро призмы равно 4 см.

4. Основаниями прямой призмы являются ромбы, диагонали которых равны 12 и 16, боковое ребро призмы равно 10. Найдите площадь полной поверхности призмы.

5. Точки O и O_1 — центры оснований цилиндра, OA — радиус основания. Найдите площадь боковой поверхности и объем цилиндра, если $O_1A = 12$, радиус основания равен $4\sqrt{5}$.

6*. Найдите площадь боковой грани правильной четырехугольной пирамиды, высота которой равно 12, а апофема равна 13.

7*. Найдите боковое ребро правильной треугольной пирамиды, если ее высота равна 5, а сторона основания равна $12\sqrt{3}$.

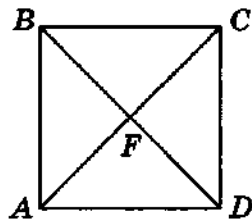
8*. Угол между образующей конуса и его высотой равен 45° . Найдите площадь боковой поверхности и объем конуса, если высота конуса равна 4 см.

9*. Точки M и K лежат на сфере с центром O и радиусом 6 см. Найдите длину отрезка MK , площадь сферы и объем шара, если угол $МОК$ равен 60° .

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. На рисунке $ABCD$ – квадрат. Укажите номера верных утверждений:



- | | |
|--|--|
| 1) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}$; | 5) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$; |
| 2) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$; | 6) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$; |
| 3) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}$; | 7) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$; |
| 4) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$; | 8) $ \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} $. |

2. Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке M .

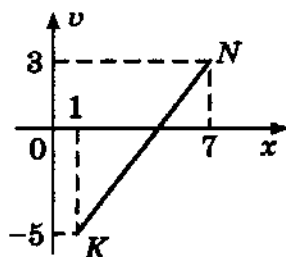
- 1) Выразите вектор $\overrightarrow{AM}$ через векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$.
- 2) Найдите $|\overrightarrow{BC}|$, если диагонали ромба равны 12 и 16.
- 3) Найдите $|\overrightarrow{AC}|$, если $A(3; 1)$, $C(-1; 4)$.

3. Даны точки $A(3; 1)$, $B(-1; 4)$, $C(2; -3)$, $D(-2; -4)$.

- 1) Найдите координаты и длины векторов $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$.
- 2) Найдите координаты и длину вектора $\vec{m} = 3\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{BD}$.

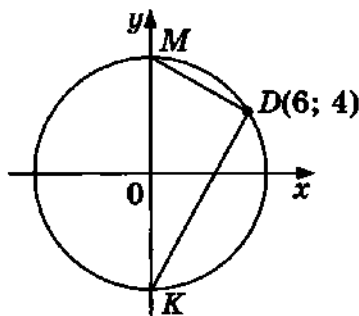
4. Используя данные, указанные на рисунке, определите:

- а) длину отрезка KN ;
- б) координаты середины отрезка KN .



5. Отрезок AC лежит на стороне острого угла O . Из концов отрезка и его середины B опущены перпендикуляры AM , BP и CT на другую сторону угла. Найдите длину отрезка BP , если $AM = 34$ см, $CT = 18$ см.

6. На рисунке окружность с центром в начале координат проходит через точку $D(6; 4)$ и пересекает ось y в точках M и K .



1) Запишите уравнение этой окружности.

2) Найдите площадь треугольника DMK .

ВАРИАНТ 1

Часть А

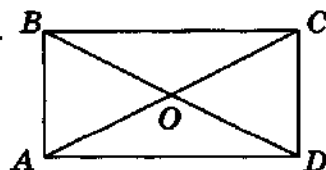
Запишите номера верных ответов к заданиям 1–3.

1. $KMNP$ — параллелограмм. Укажите вектор, равный сумме векторов $\overrightarrow{MK}$ и $\overrightarrow{MN}$.

- 1) $\overrightarrow{KN}$ 2) $\overrightarrow{NK}$ 3) $\overrightarrow{MP}$ 4) $\overrightarrow{PM}$

2. На рисунке $ABCD$ — прямоугольник. Укажите верные равенства:

- 1) $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{CO}$ 4) $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$
 2) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ 5) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
 3) $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ 6) $\overrightarrow{OD} = 0,5\overrightarrow{BD}$



3. Даны векторы $\vec{m}\{-2; 1\}$ и $\vec{n}\{2; 4\}$. Найдите координаты вектора $\vec{a}$, если $\vec{a} = 2\vec{m} - 3\vec{n}$.

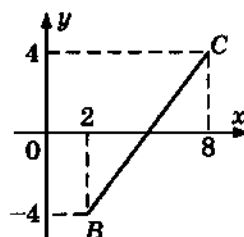
- 1) $\{-10; -10\}$ 2) $\{-4; -3\}$ 3) $\{0; 5\}$ 4) $\{2; 14\}$

Часть В

Запишите ответ к заданиям 4 и 5.

4. Найдите длину вектора $\vec{b}\{-5; 3\}$.

5. Используя данные, указанные на рисунке, определите длину отрезка BC .



Часть С

Запишите обоснованное решение задач 6–7.

6. Отрезок MK не пересекает прямую a . Из его концов и середины S проведены перпендикуляры MM_1 , KK_1 и SS_1 к прямой a . Найдите SS_1 , если $MM_1 = 16$, $KK_1 = 6$.

7*. Окружность, заданная уравнением $x^2 + y^2 = 12$, пересекает положительную полуось Ox в точке M , точка K лежит на окружности, ее абсцисса равна -2 . Найдите площадь треугольника OKM .

ВАРИАНТ 2

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–3.

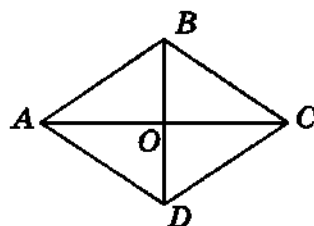
1. $KMNP$ — параллелограмм. Укажите вектор, равный сумме векторов $\vec{NM}$ и $\vec{NP}$.

- 1) $\vec{KN}$ 2) $\vec{NK}$ 3) $\vec{MP}$ 4) $\vec{PM}$

2. На рисунке $ABCD$ — ромб.

Укажите верные равенства:

- 1) $\overline{AB} = \overline{AD}$ 4) $\overline{CB} = \overline{AD}$
 2) $|\overline{AB}| = |\overline{AD}|$ 5) $\overline{BC} = \overline{AD}$
 3) $\overline{BO} = \overline{DO}$ 6) $\overline{CO} = 0,5\overline{CA}$



3. Даны векторы $\vec{n}\{-4; 2\}$ и $\vec{h}\{1; 3\}$. Найдите координаты вектора $\vec{d}$, если $\vec{d} = 2\vec{n} - 4\vec{h}$.

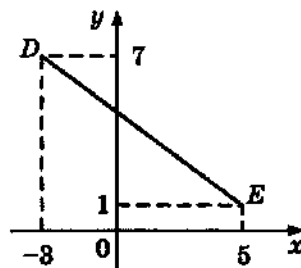
- 1) $\{-3; 5\}$ 2) $\{-5; -1\}$ 3) $\{-4; 16\}$ 4) $\{-12; -8\}$

Часть В

Запишите ответ к заданиям 4 и 5.

4. Найдите длину вектора $\vec{b}\{2; -6\}$.

5. Используя данные, указанные на рисунке, определите координаты середины отрезка DE .



Часть С

Запишите обоснованное решение задач 6–7.

6. Отрезок KN не пересекает прямую a . Из его концов и середины D проведены перпендикуляры KK_1 , NN_1 и DD_1 к прямой a . Найдите DD_1 , если $KK_1 = 14$, $NN_1 = 10$.

7*. Окружность, заданная уравнением $x^2 + y^2 = 36$, пересекает отрицательную полуось OX в точке P , точка M лежит на окружности, ее абсцисса равна 3. Найдите площадь треугольника OPM .

ВАРИАНТ 3

Часть А

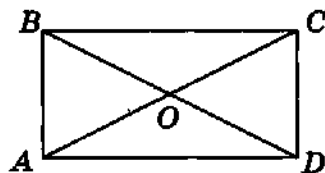
Запишите номера верных ответов к заданиям 1–3.

1. $KMNP$ — параллелограмм. Укажите вектор, равный сумме векторов $\overrightarrow{KP}$ и $\overrightarrow{KM}$.

- 1) $\overrightarrow{KN}$ 2) $\overrightarrow{NK}$ 3) $\overrightarrow{MP}$ 4) $\overrightarrow{PM}$

2. На рисунке $ABCD$ — прямоугольник. Укажите верные равенства:

- 1) $|\overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{BD}|$ 4) $\overrightarrow{OB} = 0,5\overrightarrow{DB}$
 2) $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$ 5) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
 3) $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$ 6) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$



3. Даны векторы $\vec{n}\{-3; 4\}$ и $\vec{k}\{1; 2\}$. Найдите координаты вектора $\vec{b}$, если $\vec{b} = 3\vec{n} - 4\vec{k}$.

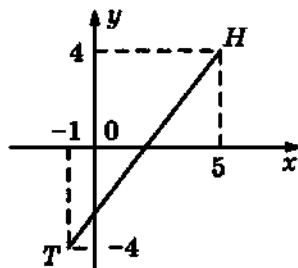
- 1) $\{-2; 6\}$ 2) $\{-13; 4\}$ 3) $\{-5; 20\}$ 4) $\{-4; 2\}$

Часть В

Запишите ответ к заданиям 4 и 5.

4. Найдите длину вектора $\vec{b}\{-3; 2\}$.

5. Используя данные, указанные на рисунке, найдите длину отрезка HT .



Часть С

Запишите обоснованное решение задач 6–7.

6. Отрезок PK не пересекает прямую a . Из его концов и середины B проведены перпендикуляры PP_1 , KK_1 и BB_1 к прямой a . Найдите BB_1 , если $PP_1 = 8$, $KK_1 = 16$.

7*. Окружность, заданная уравнением $x^2 + y^2 = 20$, пересекает отрицательную полуось OX в точке N , точка L лежит на окружности, ее абсцисса равна 2. Найдите площадь треугольника OLN .

ВАРИАНТ 4

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–3.

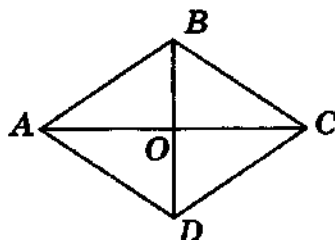
1. $KMNP$ — параллелограмм. Укажите вектор, равный сумме векторов $\overrightarrow{PN}$ и $\overrightarrow{PK}$.

- 1) $\overrightarrow{KN}$ 2) $\overrightarrow{NK}$ 3) $\overrightarrow{MP}$ 4) $\overrightarrow{PM}$

2. На рисунке $ABCD$ — ромб.

Укажите верные равенства:

- 1) $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$ 4) $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$
 2) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA}$ 5) $|\overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{BC}|$
 3) $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ 6) $\overrightarrow{OA} = 0,5\overrightarrow{CA}$



3. Даны векторы $\vec{c}\{-3; 4\}$ и $\vec{b}\{2; 3\}$. Найдите координаты вектора $\vec{m}$, если $\vec{m} = 4\vec{c} - 2\vec{b}$.

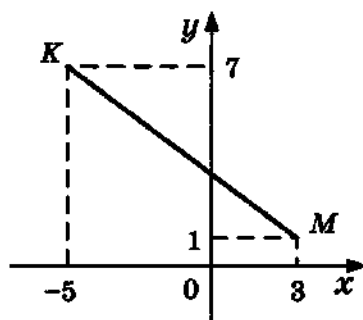
- 1) $\{-1; 7\}$ 2) $\{-5; 1\}$ 3) $\{-16; 10\}$ 4) $\{-8; 22\}$

Часть В

Запишите ответ к заданиям 4 и 5.

4. Найдите длину вектора $\vec{b}\{4; -2\}$.

5. Используя данные, указанные на рисунке, определите координаты середины отрезка KM .



Часть С

Запишите обоснованное решение задач 6–7.

6. Отрезок MP не пересекает прямую a . Из его концов и середины T проведены перпендикуляры MM_1 , PP_1 и TT_1 к прямой a . Найдите TT_1 , если $MM_1 = 4$, $PP_1 = 14$.

7*. Окружность, заданная уравнением $x^2 + y^2 = 25$, пересекает положительную полуось Ox в точке K , точка P лежит на окружности, ее абсцисса равна -3 . Найдите площадь треугольника OKP .

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

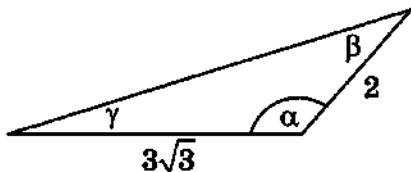
Задачи для подготовки к контрольной работе

1. Используя данные, указанные на рисунке, найдите:

1) угол α , если площадь треугольника равна 4,5;

2) неизвестную сторону, если $\alpha = 150^\circ$;

3) $\sin \gamma$, если $\sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{4}$.



2. В окружности радиуса 10 проведена хорда AB . Найдите ее длину, если вписанный угол ACB равен 50° .

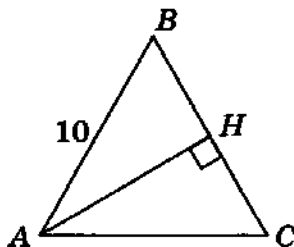
3. Даны векторы $\vec{a}\{2; 4\}$, $\vec{b}\{-3; 6\}$ и $\vec{c}\{8; -4\}$.

1) Докажите, что вектор $\vec{a}$ перпендикулярен вектору $\vec{c}$ и не перпендикулярен вектору $\vec{b}$.

2) Найдите косинус угла α между векторами $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

3) Определите, острым или тупым является угол α .

4. Используя данные, указанные на рисунке, найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AH}$, если $\triangle ABC$ равносторонний.



5. Найдите периметр параллелограмма $ABCD$, если известно, что $CD = 3$, $BD = 6$, $\cos C = -\frac{1}{15}$.

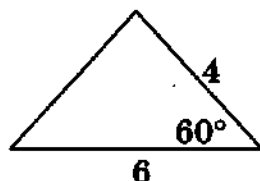
6. Докажите, что площадь трапеции вычисляется по формуле $S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \cdot \sin \alpha$, где d_1 и d_2 — ее диагонали, а α — угол между диагоналями.

ВАРИАНТ 1

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–2.

1. Используя данные, указанные на рисунке, найдите площадь треугольника.



- 1) $12\sqrt{3}$ 3) $6\sqrt{3}$
2) $6\sqrt{2}$ 4) $12\sqrt{2}$

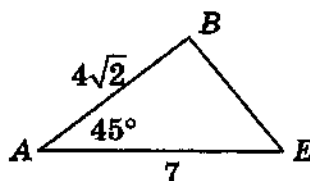
2. Даны векторы $\vec{a}\{-3; 4\}$, $\vec{b}\{8; -6\}$ и $\vec{n}\{12; 9\}$. Укажите верные утверждения:

- 1) вектор $\vec{a}$ перпендикулярен вектору $\vec{n}$;
2) вектор $\vec{a}$ не перпендикулярен вектору $\vec{n}$;
3) вектор $\vec{b}$ перпендикулярен вектору $\vec{n}$;
4) вектор $\vec{b}$ не перпендикулярен вектору $\vec{n}$.

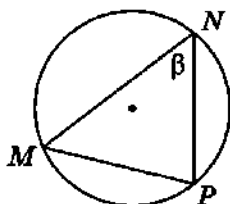
Часть В

Запишите ответ к заданиям 3 и 4.

3. Используя данные, указанные на рисунке, найдите сторону BE .



4. На рисунке треугольник MNP вписан в окружность. Найдите сторону MP , если известно, что $\angle MNP = \beta$, а радиус окружности равен 7.



Часть С

Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.

5. Сторона ромба $ABCD$ равна 12, $\angle A = 60^\circ$. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BD}$.

6. Диагональ параллелограмма, равная 20 см, образует со сторонами углы, равные 50° и 100° . Найдите меньшую сторону параллелограмма.

7*. Площадь треугольника MKN равна $10\sqrt{3}$, $\angle N = 60^\circ$, $KN = 8$. Найдите сторону KM .

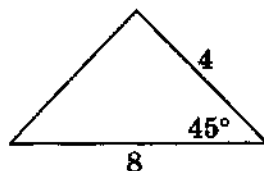
ВАРИАНТ 2

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–2.

1. Используя данные, указанные на рисунке, найдите площадь треугольника.

1) $16\sqrt{3}$; 2) $16\sqrt{2}$; 3) $8\sqrt{3}$; 4) $8\sqrt{2}$.



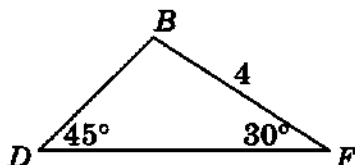
2. Даны векторы $\vec{b} \{3; -2\}$, $\vec{c} \{12; 20\}$ и $\vec{m} \{5; -3\}$. Укажите верные утверждения:

- 1) вектор $\vec{b}$ перпендикулярен вектору $\vec{m}$;
- 2) вектор $\vec{b}$ не перпендикулярен вектору $\vec{m}$;
- 3) вектор $\vec{c}$ перпендикулярен вектору $\vec{m}$;
- 4) вектор $\vec{c}$ не перпендикулярен вектору $\vec{m}$.

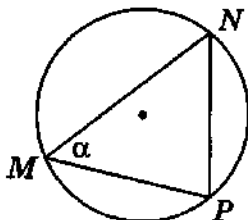
Часть В

Запишите ответ к заданиям 3 и 4.

3. Используя данные, указанные на рисунке, найдите сторону BD .



4. На рисунке треугольник MNP вписан в окружность. Найдите радиус окружности, если известно, что $\angle NMP = \alpha$, $NP = 5$.



Часть С

Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.

5. Сторона квадрата $ABCD$ равна 13. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

6. В трапеции $ABCD$ (BC — меньшее основание) диагональ AC равна 4 см, большее основание равно 8 см, $\angle ABC = 110^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$. Найдите сторону CD .

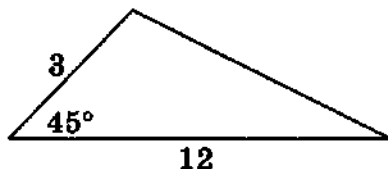
7*. Площадь треугольника MPK равна 8, $\angle P = 45^\circ$, $MP = 8\sqrt{2}$. Найдите сторону MK .

ВАРИАНТ 3

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–2.

1. Используя данные, указанные на рисунке, найдите площадь треугольника.



- 1) $18\sqrt{2}$ 3) $9\sqrt{3}$
2) $9\sqrt{2}$ 4) $18\sqrt{3}$

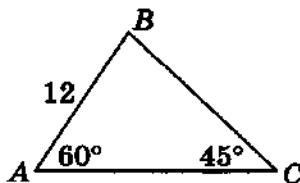
2. Даны векторы $\vec{a}\{-9; -3\}$, $\vec{c}\{9; 3\}$ и $\vec{m}\{-4; 12\}$. Укажите верные утверждения:

- 1) вектор $\vec{a}$ перпендикулярен вектору $\vec{m}$;
2) вектор $\vec{a}$ не перпендикулярен вектору $\vec{m}$;
3) вектор $\vec{c}$ перпендикулярен вектору $\vec{m}$;
4) вектор $\vec{c}$ не перпендикулярен вектору $\vec{m}$.

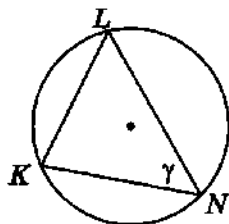
Часть В

Запишите ответ к заданиям 3 и 4.

3. Используя данные, указанные на рисунке, найдите сторону BC .



4. На рисунке треугольник KLN вписан в окружность. Найдите радиус окружности, если известно, что $\angle LNK = \gamma$, $KL = 9$.



Часть С

Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.

5. Сторона ромба $ABCD$ равна 11, $\angle A = 60^\circ$. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{DA}$ и $\overrightarrow{DC}$.

6. Диагонали параллелограмма $ABCD$, равные 6 см и 14 см, пересекаются в точке O , угол AOD равен 140° . Найдите меньшую сторону параллелограмма.

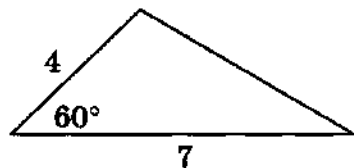
7*. Площадь треугольника DEF равна $6\sqrt{3}$, $\angle F = 60^\circ$, $DF = 3$. Найдите сторону DE .

ВАРИАНТ 4

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–2.

1. Используя данные, указанные на рисунке, найдите площадь треугольника.



1) $7\sqrt{2}$ 3) $7\sqrt{3}$

2) $14\sqrt{2}$ 4) $14\sqrt{3}$

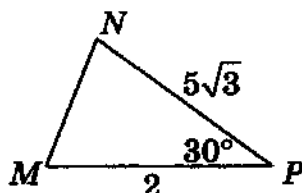
2. Даны векторы $\vec{b} \{8; 5\}$, $\vec{c} \{10; -2\}$ и $\vec{n} \{-4; 10\}$. Укажите верные утверждения:

- 1) вектор $\vec{b}$ перпендикулярен вектору $\vec{n}$;
- 2) вектор $\vec{b}$ не перпендикулярен вектору $\vec{n}$;
- 3) вектор $\vec{c}$ перпендикулярен вектору $\vec{n}$;
- 4) вектор $\vec{c}$ не перпендикулярен вектору $\vec{n}$.

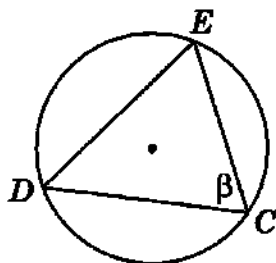
Часть В

Запишите ответ к заданиям 3 и 4.

3. Используя данные, указанные на рисунке, найдите сторону MN .



4. На рисунке треугольник DEC вписан в окружность. Найдите сторону DE , если известно, что $\angle DCE = \beta$, а радиус окружности равен 8.



Часть С

Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.

5. Диагонали квадрата $ABCD$ пересекаются в точке O , его сторона равна 12. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{CO}$.

6. Диагональ равнобедренной трапеции равна 20 и образует с боковой стороной угол 30° , и с меньшим основанием угол 40° . Найдите меньшее основание трапеции.

7*. Площадь треугольника MNP равна 14, $\angle M = 45^\circ$, $MP = 7$. Найдите сторону NP .

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. Найдите длину окружности и площадь круга, если AB — диаметр окружности, а хорды AC и BC равны 12 см и 9 см.

2. В окружности с центром O проведены диаметры AB и CD . Найдите длины дуг, на которые делят окружность точки B и D , если известно, что $AB = 8$, $\angle AOD = 30^\circ$.

3. Правильный треугольник со стороной 10 см вписан в окружность. Найдите площадь кругового сектора, соответствующего центральному углу треугольника.

4. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$ со стороной 6 см. Укажите номера верных ответов.

1) Угол данного шестиугольника равен:

- а) 30° б) 60° в) 120° г) 150°

2) Центральный угол данного шестиугольника равен:

- а) 30° б) 60° в) 120° г) 150°

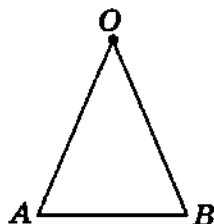
3) Радиус окружности, описанной около данного шестиугольника, равен:

- а) 6 см б) 12 см в) $3\sqrt{3}$ см г) $6\sqrt{3}$ см

4) Диагональ AC равна:

- а) 6 см б) 12 см в) $3\sqrt{3}$ см г) $6\sqrt{3}$ см

5. На рисунке AB — сторона правильного девятиугольника, точка O является его центром. Найдите площадь треугольника AOB и данного девятиугольника, если радиус окружности, описанной около девятиугольника, равен 12 см.



6. Дан правильный восьмиугольник $A_1A_2\dots A_8$, точка O является его центром. Докажите утверждения:

1. Диагональ A_1A_5 является диаметром описанной около данного восьмиугольника окружности.

2. $\Delta A_1OA_6 = \Delta A_3OA_8$.

3. ΔA_1OA_6 и ΔA_3OA_4 равновелики (имеют равные площади).

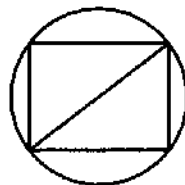
7. Площадь правильного многоугольника равна 72 см^2 , синус его центрального угла равен $0,8$, а радиус описанной окружности равен 6 см . Найдите число сторон данного многоугольника.

ВАРИАНТ 1

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–3.

1. Диагональ прямоугольника равна 12 . Найдите площадь круга, описанного около этого прямоугольника.



- 1) 6π 2) 12π 3) 36π 4) 144π

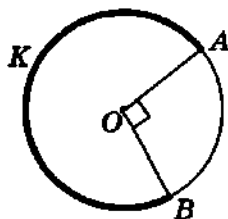
2. Найдите величину угла AOD , если O — центр правильного двенадцатиугольника $ABCD\dots K$.

- 1) 60° 2) 90° 3) 120° 4) 150°

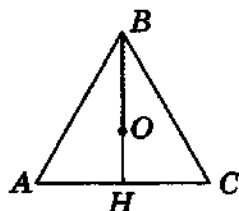
Часть В

Запишите ответ к заданиям 3 и 4.

3. На рисунке O — центр окружности, $\angle AOB = 90^\circ$, длина окружности равна 20 см . Найдите длину дуги AKB .



4. Треугольник ABC — правильный, его сторона равна 18 см. Найдите радиус OB описанной около него окружности.



Часть С

Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.

5. Дан правильный девятиугольник $A_1A_2...A_9$, точка O является его центром. Докажите, что треугольники A_1OA_4 и A_1OA_7 равны.

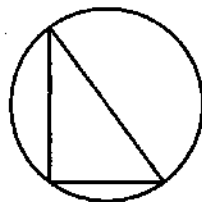
6*. Правильный восьмиугольник вписан в окружность. Площадь кругового сектора, соответствующего центральному углу восьмиугольника, равна 3π . Найдите площадь восьмиугольника.

ВАРИАНТ 2

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–3.

1. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 16. Найдите длину окружности, описанной около этого треугольника.



- | | |
|------------|------------|
| 1) 8π | 3) 32π |
| 2) 16π | 4) 64π |

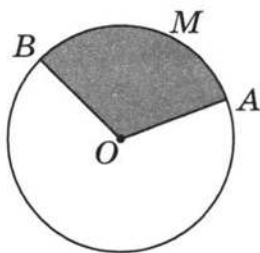
2. Найдите величину угла AOD , если O — центр правильного восьмиугольника $ABCD...K$.

- | | | | |
|---------------|----------------|----------------|----------------|
| 1) 90° | 2) 120° | 3) 150° | 4) 135° |
|---------------|----------------|----------------|----------------|

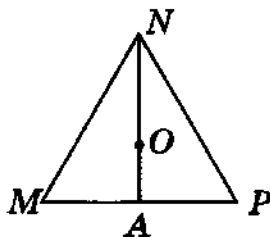
Часть В

Запишите ответ к заданиям 3 и 4.

3. На рисунке O — центр окружности, $\angle AOB = 120^\circ$, площадь круга равна 24 см^2 . Найдите площадь сектора $OAMB$.



4. Треугольник MNP — правильный, его сторона равна 12 см . Найдите радиус OA вписанной в него окружности.



Часть С

Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.

5. Дан правильный двенадцатиугольник $A_1A_2...A_{12}$, точка O является его центром. Докажите, что треугольники A_1OA_5 и A_5OA_7 имеют равные площади.

6*. Правильный шестиугольник вписан в окружность. Площадь кругового сектора, соответствующего центральному углу шестиугольника, равна 3π . Найдите площадь шестиугольника.

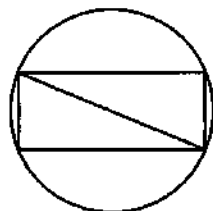
ВАРИАНТ 3

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–3.

1. Диагональ прямоугольника равна 16. Найдите длину окружности, описанной около этого прямоугольника.

- 1) 8π 3) 64π
2) 16π 4) 32π



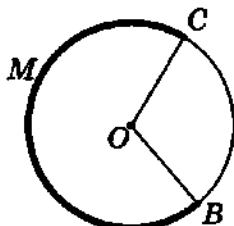
2°. Найдите величину угла AOE , если O — центр правильного двенадцатиугольника $ABCDE...K$.

- 1) 60° 2) 90° 3) 120° 4) 150°

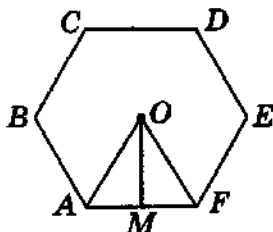
Часть В

Запишите ответ к заданиям 3 и 4.

3. На рисунке O — центр окружности, $\angle COB = 120^\circ$, длина окружности равна 18 см. Найдите длину дуги BMC .



4. Шестиугольник $ABCDEF$ — правильный, его сторона равна 12 см. Определите радиус OM вписанной в него окружности.



Часть С

Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.

5. Дан правильный пятиугольник $A_1A_2...A_5$, точка O является его центром. Докажите, что треугольники A_1OA_3 и A_1OA_4 равны.

6*. Найдите площадь правильного восьмиугольника, если площадь кругового сектора, соответствующего центральному углу восьмиугольника, равна 2π .

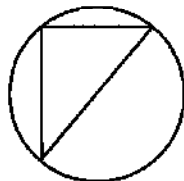
ВАРИАНТ 4

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–3.

1. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 12. Найдите площадь круга, описанного около этого треугольника.

- 1) 6π 2) 12π 3) 24π 4) 36π



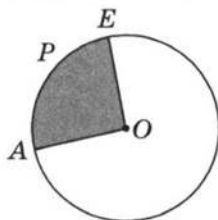
2. Найдите величину угла AOC , если O — центр правильного восьмиугольника $ABCD...K$.

- 1) 90° 2) 120° 3) 150° 4) 135°

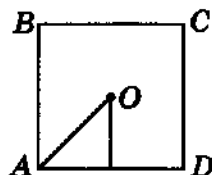
Часть В

Запишите ответ к заданиям 3 и 4.

3. На рисунке O — центр окружности, $\angle AOE = 90^\circ$, площадь круга равна 32 см^2 . Найдите площадь сектора $OAPЕ$.



4. $ABCD$ — правильный четырехугольник, его сторона равна 20 см. Найдите радиус OA описанной около него окружности.



Часть С

Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.

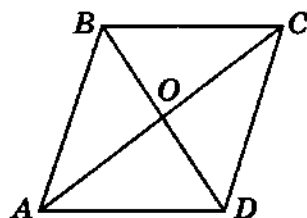
5. Дан правильный десятиугольник $A_1A_2\dots A_{10}$, точка O является его центром. Докажите, что треугольники A_1OA_4 и A_4OA_6 имеют равные площади.

6*. Найдите площадь правильного шестиугольника, если площадь кругового сектора, соответствующего центральному углу шестиугольника, равна 4π .

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. На рисунке $ABCD$ — ромб. Укажите номера верных утверждений.



1) Точка A симметрична точке C относительно точки O .

2) Точка A симметрична точке C относительно точки B .

3) Точка A симметрична точке C относительно прямой BD .

4) Точка A симметрична точке D относительно прямой BC .

2. Дана точка $M(2; -2)$. Укажите координаты точек A , B , C и D , если точка A симметрична точке M относительно начала координат; точка B симметрична точке M относительно оси Ox ; в точку C переходит точка M при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{\{1; 4\}}$; в точку D переходит точка M при повороте по часовой стрелке относительно начала координат на угол 45° .

3. Начертите произвольный прямоугольник $ABCD$. Постройте фигуру,

1) симметричную прямоугольнику $ABCD$ относительно точки B ;

2) симметричную прямоугольнику $ABCD$ относительно прямой AC ;

3) в которую отобразится прямоугольник $ABCD$ при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AC}$;

4) в которую отобразится прямоугольник $ABCD$ при повороте на 90° по часовой стрелке относительно точки D .

4. Треугольник ABC — равнобедренный. Точка M является серединой основания AC , точка K — серединой стороны BC . Постройте точку M_1 , симметричную точке M относительно точки K и определите вид четырехугольника MBM_1C .

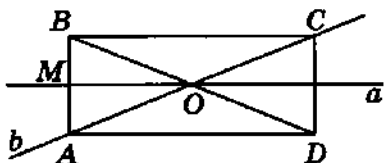
5. Точки A и B лежат по одну сторону от прямой a , точка A — на расстоянии 6 см от этой прямой, а точка B — на расстоянии 9 см от нее. Точки A_1 и B_1 симметричны соответственно точкам A и B относительно прямой a . Определите вид четырехугольника AA_1B_1B и найдите его площадь, если расстояние между точками пересечения прямых AA_1 и BB_1 с прямой a равно 6 см.

ВАРИАНТ 1

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданию 1.

1. На рисунке $ABCD$ — прямоугольник, точка M является серединой стороны AB . Укажите номера верных утверждений.



- 1) Точка A симметрична точке C относительно прямой a .
- 2) Точка A симметрична точке C относительно прямой b .
- 3) Точка A симметрична точке C относительно точки O .
- 4) Точка A симметрична точке B относительно точки O .
- 5) Точка A симметрична точке B относительно точки M .
- 6) Точка A симметрична точке B относительно прямой a .

Часть В

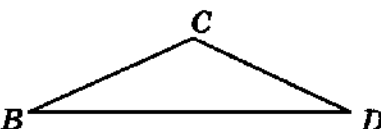
Запишите ответ к заданию 2.

2. Укажите координаты точки, симметричной точке $M(-3; 6)$ относительно начала координат.

Часть С

Выполните построения, указанные в задачах 3–5.

3. На рисунке изображен равнобедренный треугольник BCD . Постройте фигуру, симметричную ему относительно прямой CD .



4. Начертите треугольник PNO . Постройте точку M , в которую отобразится точка P при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{NO}$.

5. Начертите прямоугольный равнобедренный треугольник. Выполните поворот этого треугольника на 45° против часовой стрелки вокруг вершины прямого угла.

Запишите обоснованное решение задачи 6.

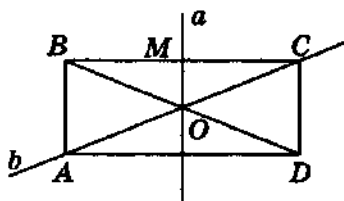
6*. Определите вид четырехугольника $MPAK$, если $\triangle MPK$ равнобедренный, а точка A симметрична точке M относительно основания PK .

ВАРИАНТ 2

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданию 1.

1. На рисунке $ABCD$ — прямоугольник, точка M является серединой стороны BC . Укажите номера верных утверждений.



- 1) Точка B симметрична точке C относительно прямой a .
- 2) Точка B симметрична точке C относительно точки M .
- 3) Точка B симметрична точке C относительно точки O .
- 4) Точка A симметрична точке C относительно точки O .
- 5) Точка A симметрична точке C относительно прямой a .
- 6) Точка A симметрична точке C относительно прямой b .

Часть В

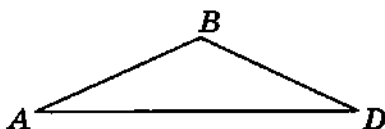
Запишите ответ к заданию 2.

2. Укажите координаты точки, симметричной точке $K(2; -5)$ относительно оси ординат.

Часть С

Выполните построения, указанные в задачах 3–5.

3. На рисунке изображен равнобедренный треугольник ABD . Постройте фигуру, симметричную ему относительно вершины B .



4. Начертите треугольник KON . Постройте точку A , в которую отобразится точка N при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{OK}$.

5. Начертите прямоугольный равнобедренный треугольник. Выполните поворот этого треугольника на 90° по часовой стрелке вокруг середины основания.

Запишите обоснованное решение задачи 6.

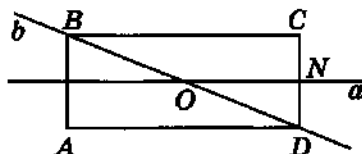
- 6*. Треугольник BOD — прямоугольный, точка T симметрична вершине D относительно середины гипотенузы BO . Определите вид четырехугольника $BTOD$.

ВАРИАНТ 3

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданию 1.

1. На рисунке $ABCD$ — прямоугольник, точка N является серединой стороны CD . Укажите номера верных утверждений.



- 1) Точка B симметрична точке D относительно прямой a .
- 2) Точка B симметрична точке D относительно точки O .
- 3) Точка B симметрична точке D относительно прямой b .
- 4) Точка C симметрична точке D относительно прямой a .
- 5) Точка C симметрична точке D относительно точки N .
- 6) Точка C симметрична точке D относительно точки O .

Часть В

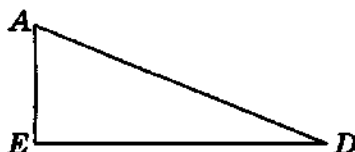
Запишите ответ к заданию 2.

2. Укажите координаты точки, симметричной точке $C(-4; 7)$ относительно начала координат.

Часть С

Выполните построения, указанные в задачах 3–5.

3. На рисунке изображен прямоугольный треугольник ADE . Постройте фигуру, симметричную ему относительно прямой AD .



4. Начертите треугольник PHK . Постройте точку, в которую отобразится точка K при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{PH}$.

5. Начертите квадрат. Выполните поворот этого квадрата на 45° по часовой стрелке вокруг одной из вершин.

Запишите обоснованное решение задачи 6.

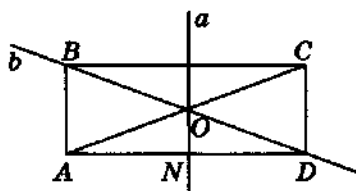
6*. Треугольник BCD — равнобедренный, точка A симметрична вершине C относительно прямой, содержащей основание BD . Определите вид четырехугольника $ABCD$.

ВАРИАНТ 4

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданию 1.

1. На рисунке $ABCD$ — прямоугольник, точка N является серединой стороны AD . Укажите номера верных утверждений.



- 1) Точка B симметрична точке D относительно точки O .
- 2) Точка B симметрична точке D относительно прямой a .
- 3) Точка B симметрична точке D относительно прямой b .
- 4) Точка A симметрична точке D относительно прямой a .
- 5) Точка A симметрична точке D относительно точки O .
- 6) Точка A симметрична точке D относительно точки N .

Часть В

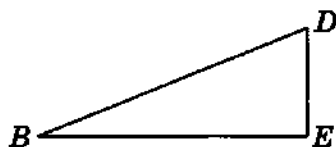
Запишите ответ к заданию 2.

2. Укажите координаты точки, симметричной точке $P(-6; 8)$ относительно оси абсцисс.

Часть С

Выполните построения, указанные в задачах 3–5.

3. На рисунке изображен прямоугольный треугольник BDE . Постройте фигуру, симметричную ему относительно вершины D .



4. Начертите треугольник KNL . Постройте точку B , в которую отобразится точка N при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{LK}$.

5. Начертите прямоугольник, у которого одна сторона в 2 раза больше другой. Выполните поворот этого прямоугольника на 90° по часовой стрелке вокруг середины большей стороны.

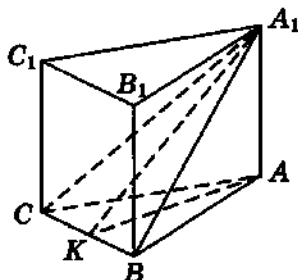
Запишите обоснованное решение задачи 6.

6*. Треугольник AOC — прямоугольный, точка M симметрична вершине O относительно середины гипотенузы AC . Определите вид четырехугольника $AMCO$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Задачи для подготовки к контрольной работе

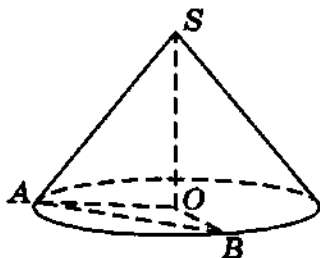
1. На рисунке $ABCA_1B_1C_1$ — правильная призма. Укажите номера верных утверждений.



- 1) Треугольник ABC — правильный.
- 2) Треугольник A_1BC — правильный.
- 3) Треугольник A_1BC — равнобедренный.
- 4) Треугольник A_1BC — прямоугольный.
- 5) Треугольник AA_1B — прямоугольный.
- 6) Треугольник AA_1K — прямоугольный.
- 7) AA_1B_1B — прямоугольник.
- 8) CC_1B_1B — квадрат.

2. В цилиндре центр одного из оснований O соединен с концами диаметра другого основания отрезками, угол между которыми равен 60° . Найдите диаметр основания, если высота цилиндра равна 12.

3. На рисунке OA и OB — взаимно перпендикулярные радиусы основания конуса. Найдите длину образующей конуса, если его высота равна 12, хорда AB равна $5\sqrt{2}$.



4. Точка K является серединой ребра A_1A правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$. Найдите площадь треугольника BSK , если сторона основания равна 10, $\angle ABA_1 = 60^\circ$.

5. Найдите радиус основания цилиндра, если его образующая в 5 раз больше радиуса основания, а боковая поверхность цилиндра равна 80π .

6. Радиус основания цилиндра равен 6, а радиус основания конуса равен 9. Образующая цилиндра равна высоте конуса. Найдите отношение объема конуса к объему цилиндра.

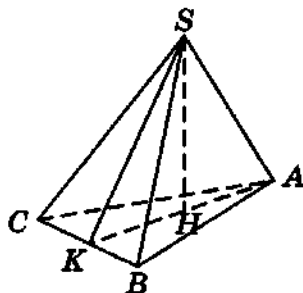
ВАРИАНТ 1

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданию 1.

1. На рисунке $SABC$ — правильная пирамида, SH — ее высота. Укажите номера верных утверждений.

- 1) $\triangle ABC$ — правильный.
- 2) $\triangle ABS$ — правильный.
- 3) $\triangle ASH$ — прямоугольный.
- 4) $\triangle ASK$ — прямоугольный.



Часть В

Запишите ответы к заданиям 2 и 3.

2. В конусе угол между образующей и высотой равен 30° . Найдите высоту конуса, если радиус основания равен 14.

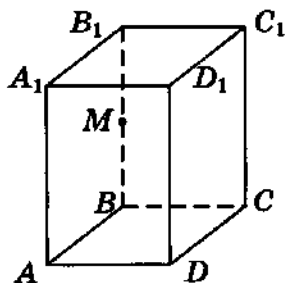
3. Найдите высоту правильной четырехугольной пирамиды, если сторона основания равна $5\sqrt{2}$, а боковое ребро равно 13.

Часть С

Запишите обоснованное решение задач 4–5.

4. Найдите радиус основания цилиндра, если его образующая в 2 раза больше радиуса основания, а объем цилиндра равен 54π .

5. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , C и M , и найдите площадь сечения, если $AB = AD = 4\sqrt{2}$, $AA_1 = 6$, точка M является серединой ребра BB_1 .

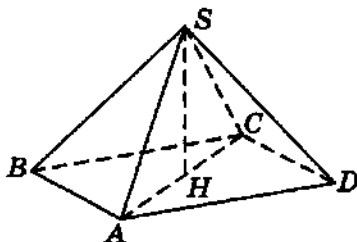


ВАРИАНТ 2

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданию 1.

1. На рисунке $SABCD$ — правильная пирамида, SH — ее высота. Укажите номера верных утверждений.



- 1) $ABCD$ — квадрат.
- 2) $\triangle ABS$ — равносторонний.
- 3) $\triangle ASH$ — прямоугольный.
- 4) $\triangle ASC$ — прямоугольный.

Часть В

Запишите ответы к заданиям 2 и 3.

2. В конусе угол между образующей и высотой равен 60° . Найдите радиус основания, если образующая равна 8.

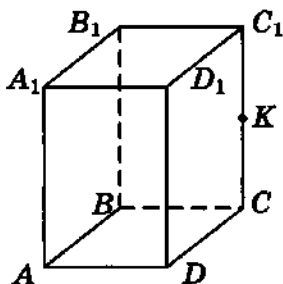
3. Найдите длину диагонали правильной четырехугольной призмы, если боковое ребро равно 8 см, а сторона основания равна $3\sqrt{2}$ см.

Часть С

Запишите обоснованное решение задач 4–5.

4. Найдите радиус основания цилиндра, если он в 3 раза меньше образующей, а площадь боковой поверхности цилиндра равна 96π .

5. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки B , D и K , и найдите площадь сечения, если $AB = BC = 6\sqrt{2}$, $CC_1 = 16$, точка K является серединой ребра CC_1 .

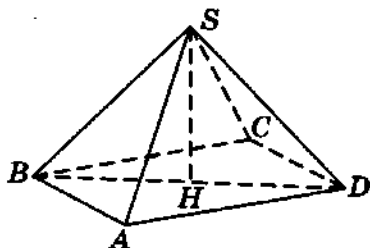


ВАРИАНТ 3

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданию 1.

1. На рисунке $SABCD$ — правильная пирамида, SH — ее высота. Укажите номера верных утверждений.



- 1) $\triangle ADS$ — равносторонний.
- 2) $ABCD$ — квадрат.
- 3) $\triangle BSD$ — прямоугольный.
- 4) $\triangle BSH$ — прямоугольный.

Часть В

Запишите ответы к заданиям 2 и 3.

2. Найдите высоту конуса, если образующая равна 10, а угол между образующей и высотой равен 30° .

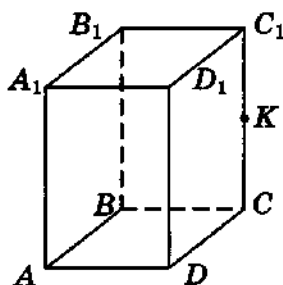
3. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды, если сторона основания равна $3\sqrt{2}$, а высота пирамиды равна 4.

Часть С

Запишите обоснованное решение задач 4–5.

4. Найдите высоту конуса, если его объем равен 36л, а радиус основания 2 раза больше высоты конуса.

5. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки B , D и K , и найдите площадь сечения, если $AB = AD = 8\sqrt{2}$, $CC_1 = 12$, точка K является серединой ребра CC_1 .

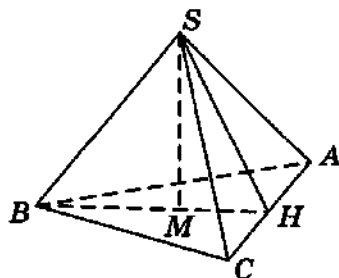


ВАРИАНТ 4

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданию 1.

1. На рисунке $SABC$ — правильная пирамида, SM — ее высота. Укажите номера верных утверждений.



- 1) $\triangle BSC$ — правильный.
- 2) $\triangle ABC$ — правильный.

3) $\triangle BSH$ — прямоугольный.

4) $\triangle BSM$ — прямоугольный.

Часть В

Запишите ответы к заданиям 2 и 3.

2. В конусе угол между образующей и высотой равен 60° . Найдите радиус основания, если высота конуса равна 14.

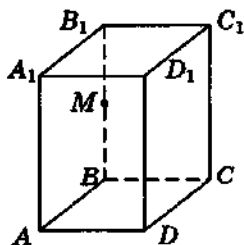
3. Найдите длину бокового ребра правильной четырехугольной призмы, если сторона основания равна $6\sqrt{2}$, а диагональ призмы равна 13.

Часть С

Запишите обоснованное решение задач 4–5.

4. Найдите радиус основания конуса, если площадь его боковой поверхности равна 75π , а образующая в 3 раза больше радиуса.

5. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , C и M , и найдите площадь сечения, если $AB = BC = 12\sqrt{2}$, $BB_1 = 10$, точка M является серединой ребра BB_1 .



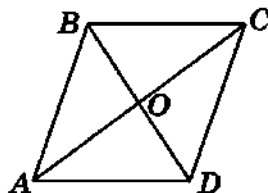
ИТОГОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ЗА КУРС 9 КЛАССА

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. Отрезок BC — средняя линия треугольника MPK , параллельная стороне PK . Найдите координаты точек B и C , если даны точки $M(7; -5)$, $P(3; 10)$ и $K(-5; 8)$.

2. На рисунке $ABCD$ — ромб. Укажите номера верных равенств.

- | | |
|--|--|
| 1) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}$ | 4) $ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} $ |
| 2) $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ | 5) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$ |
| 3) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA}$ | 6) $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = 0$ |

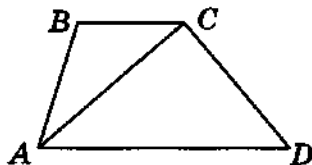


3. На рисунке $ABCD$ — трапеция. Найдите:

1) диагональ AC , если сторона CD равна $8\sqrt{6}$, $\angle CAD = 45^\circ$, $\angle D = 60^\circ$;

2) диагональ AC , если $\angle B = 120^\circ$, $BC = 3$, $AB = 5$;

3) площадь трапеции, если $AC = 8$, $BC = 6$, $AD = 10$, $\angle CAD = 45^\circ$.

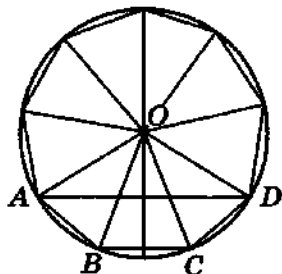


4. Сторона ромба $KLMP$ равна 13, $\angle M = 60^\circ$. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{KL}$ и $\overrightarrow{KP}$.

5. Равнобедренный треугольник вписан в окружность, причем его основание является диаметром окружности. Найдите длину окружности и площадь круга, если площадь треугольника равна 25 см^2 .

6. На рисунке правильный девятиугольник вписан в окружность, длина которой равна 16л. Найдите:

- длину дуги ABD ;
- площадь треугольника AOD ;
- длину диагонали AD .



7. Найдите площадь правильного шестиугольника со стороной 12 см.

ВАРИАНТ 1

Часть А

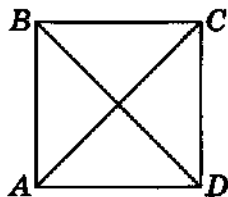
Запишите номера верных ответов к заданиям 1–2.

1. Отрезок AC — диаметр окружности, O — ее центр. Найдите координаты точки O , если даны точки $A(7; 10)$ и $C(5; -8)$.

- 1) $(12; 2)$ 2) $(6; 1)$ 3) $(12; -2)$ 4) $(2; 18)$

2. На рисунке $ABCD$ — квадрат. Укажите номера верных равенств.

- | | |
|--|--|
| 1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$ | 2) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$ |
| 3) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD}$ | 4) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ |
| 5) $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ | 6) $ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} $ |

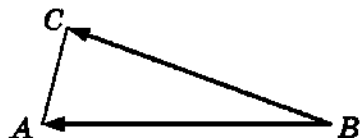


Часть В

Запишите ответы к заданиям 3–4.

3. Найдите сторону CD треугольника BCD , если известно, что $BC = 4$, $BD = 8$, $\cos B = \frac{11}{16}$.

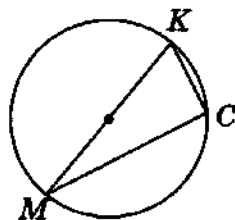
4. На рисунке треугольник ABC — равнобедренный с основанием AC . Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BC}$, если $BC = 4$, $\angle A = 67,5^\circ$.



Часть С

Запишите обоснованное решение задач 5–7.

5. На рисунке MK — диаметр окружности. Найдите длину хорды MC , если $\angle M = 30^\circ$, а длина окружности равна 24π .



6. Найдите площадь правильного восьмиугольника, вписанного в окружность радиуса 10 см.

7*. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна $12\sqrt{3}$, $AB = 3$, $\angle A = 60^\circ$. Найдите длину диагонали BD .

ВАРИАНТ 2

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–2.

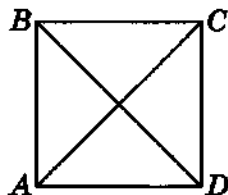
1. Отрезок BM — медиана треугольника ABC . Найдите координаты точки M , если даны точки

$A(10; 5)$ и $C(-4; 3)$.

1) (6; 8) 2) (14; 2) 3) (3; 4) 4) (7; 1)

2. На рисунке $ABCD$ — квадрат. Укажите номера верных равенств.

- 1) $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA}$ 4) $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CD}|$
 2) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$ 5) $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BA} = 0$
 3) $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ 6) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = 0$

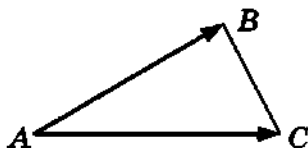


Часть В

Запишите ответы к заданиям 3–4.

3. Найдите сторону BE треугольника BFE , если известно, что $EF = 7$, $BF = 6$, $\cos F = \frac{1}{4}$.

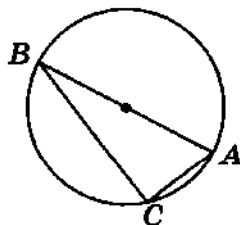
4. На рисунке треугольник ABC — равнобедренный с основанием BC . Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, если $AC = 10$, $\angle B = 75^\circ$.



Часть С

Запишите обоснованное решение задач 5–7.

5. На рисунке AB — диаметр круга, площадь которого равна 36π . Найдите длину хорды BC , если $\angle B = 30^\circ$.



6. Найдите площадь правильного двенадцатиугольника, вписанного в окружность радиуса 9 см.

7*. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна $6\sqrt{3}$, $AB = 6$, $\angle D = 60^\circ$. Найдите длину диагонали AC .

ВАРИАНТ 3

Часть А

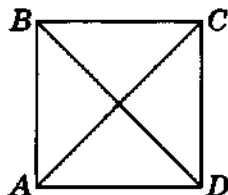
Запишите номера верных ответов к заданиям 1–2.

1. Отрезок BC — диаметр окружности, O — ее центр. Найдите координаты точки O , если даны точки $B(5; 8)$ и $C(-3; 2)$.

- 1) (2; 10) 2) (8; 6) 3) (1; 5) 4) (4; 3)

2. На рисунке $ABCD$ — квадрат. Укажите номера верных равенств.

- 1) $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$ 4) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$
 2) $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB}$ 5) $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$
 3) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ 6) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

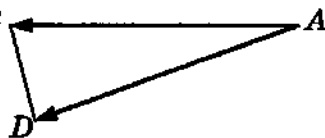


Часть В

Запишите ответы к заданиям 3–4.

3. В треугольнике ABD синус угла B равен $\frac{1}{6}$, $BD = 9$, $AD = 6$. Найдите синус угла A .

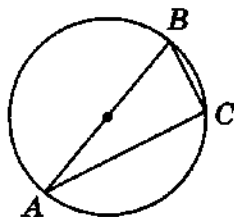
4. На рисунке треугольник ABD — равнобедренный с основанием BD . Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$, если $AB = 6$, $\angle D = 67,5^\circ$.



Часть С

Запишите обоснованное решение задач 5–7.

5. На рисунке AB — диаметр окружности. Найдите длину хорды AC , если $\angle B = 60^\circ$, а длина окружности равна 20π .



6. Найдите площадь правильного восьмиугольника, вписанного в окружность радиуса 12 см.

7*. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна $12\sqrt{3}$, $CD = 4$, $\angle C = 60^\circ$. Найдите длину диагонали BD .

ВАРИАНТ 4

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–2.

1. Отрезок CK — медиана треугольника ABC . Найдите координаты точки K , если даны точки $A(6; 9)$ и $B(2; -3)$.

1) $(2; 6)$

2) $(4; 12)$

3) $(8; 6)$

4) $(4; 3)$

2. На рисунке $ABCD$ — квадрат. Укажите номера верных равенств.

1) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$

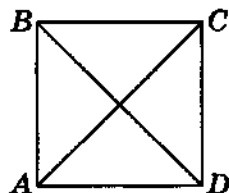
4) $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CD}|$

2) $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$

5) $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$

3) $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC}$

6) $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC} = 0$

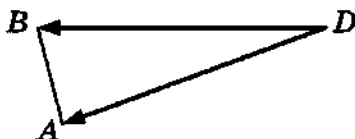


Часть В

Запишите ответы к заданиям 3–4.

3. В треугольнике ACD синус угла C равен $\frac{1}{5}$, $CD = 10$, $AD = 8$. Найдите синус угла A .

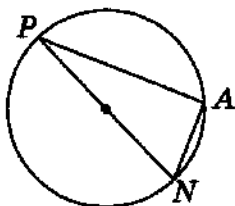
4. На рисунке треугольник ABD — равнобедренный с основанием AB . Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{DA}$ и $\overrightarrow{DB}$, если $AD = 8$, $\angle B = 75^\circ$.



Часть С

Запишите обоснованное решение задач 5–7.

5. На рисунке NP — диаметр круга, площадь которого равна 64π . Найдите длину хорды AP , если $\angle APN = 30^\circ$.



6. Найдите площадь правильного двенадцатиугольника, вписанного в окружность радиуса 10 см.

7*. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна $9\sqrt{3}$, $BC = 3$, $\angle B = 60^\circ$. Найдите длину диагонали AC .

ИТОГОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

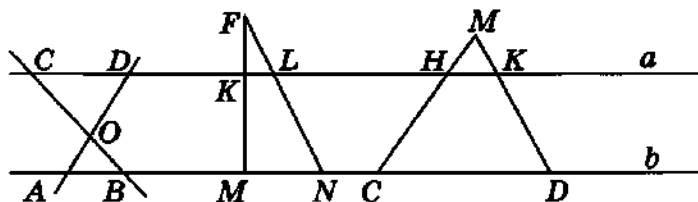
ЗА КУРС 7–9 КЛАССОВ

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. Укажите верные утверждения.

- 1) Если $ABCD$ — параллелограмм, то AC — биссектриса угла A .
- 2) Если $ABCD$ — прямоугольник, то AC — биссектриса угла A .
- 3) Если $ABCD$ — ромб, то AC — биссектриса угла A .
- 4) Если $ABCD$ — параллелограмм, то $AC \perp BD$.
- 5) Если $ABCD$ — прямоугольник, то $AC \perp BD$.
- 6) Если $ABCD$ — ромб, то $AC \perp BD$.
- 7) Если $ABCD$ — параллелограмм, то $AC = BD$.
- 8) Если $ABCD$ — прямоугольник, то $AC = BD$.
- 9) Если $ABCD$ — ромб, то $AC = BD$.

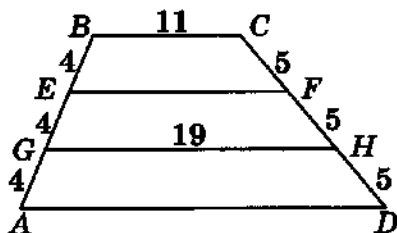
2. Укажите пары подобных треугольников, изображенных на рисунке, и докажите их подобие, если прямые a и b параллельны.



3. Высота BH треугольника ABC равна 12 см, точка H делит сторону AC на отрезки $AH = 9$ см и $CH = 16$ см. Найдите:

- 1) $\sin \angle CAB$; 2) $\cos \angle CBH$; 3) $\operatorname{tg} \angle ACB$; 4) $\angle ABC$.

4. На рисунке $ABCD$ — трапеция. Используя данные, указанные на рисунке, найдите длины отрезков EF и AD .

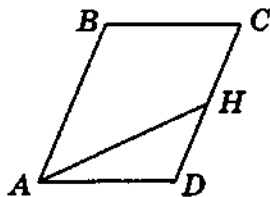


5. Площадь треугольника CDE равна 24 см^2 . Найдите:

а) синус угла D , если $DE = 16$ см, $CD = 12$ см; б) высоты DH и CK , если $CE = 8$ см, $DE = 12$ см.

6. В трапеции $KLMN$ основание LM равно $2\sqrt{6}$, боковая сторона MN равна 12, $\angle MKN = 60^\circ$, $\angle MNK = 45^\circ$. Найдите диагональ KM и сторону KL .

7. На рисунке $ABCD$ — параллелограмм, H — середина стороны CD . Докажите, что площадь трапеции $ABCH$ в три раза больше площади треугольника AHD .



ВАРИАНТ 1

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–2.

1. Укажите верные утверждения.

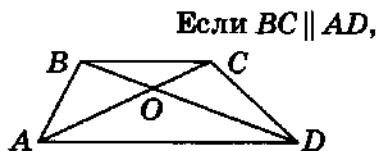
1) Если $KLMN$ — ромб, O — точка пересечения диагоналей, то $\angle KOL = 90^\circ$.

2) Если $KLMN$ — ромб, то $KM = LN$.

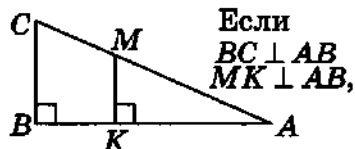
3) Если $KLMN$ — прямоугольник, то $\angle LKM = \angle NKM$.

4) Если $KLMN$ — прямоугольник, то $KM = LN$.

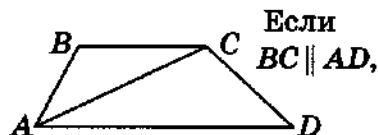
2. Укажите, какие из утверждений, приведенных к данным рисункам, верны.



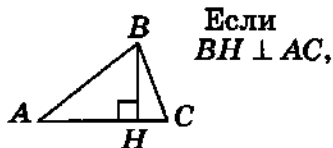
1) то $\triangle AOD \sim \triangle COB$;



2) то $\triangle AKM \sim \triangle ABC$;



3) то $\triangle ABC \sim \triangle ACD$;



4) то $\triangle ABC \sim \triangle AHB$.

Часть В

Запишите ответы к заданиям 3–5.

3. MK — средняя линия треугольника BCD ($M \in BC$, $K \in BD$). Найдите периметр трапеции $MKDC$, если $BC = BD = 8$, $CD = 6$.

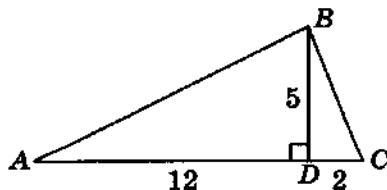
4. Используя данные, указанные на рисунке, найдите:

1) площадь треугольника ABC ;

2) сторону AB ;

3) тангенс угла CBD ;

4) косинус угла ABD .



5. Найдите большую диагональ параллелограмма, если его стороны равны 4 и $2\sqrt{3}$, а острый угол равен 30° .

Часть С

Запишите обоснованное решение задач 6–7.

6. Дан параллелограмм $MPKH$. Докажите, что треугольники MPK и MPH имеют равные площади.

7*. В параллелограмме $ABCD$ проведены биссектрисы углов A и D , которые пересекаются в точке на стороне BC . Найдите периметр параллелограмма $ABCD$, если $AB = 6$.

ВАРИАНТ 2

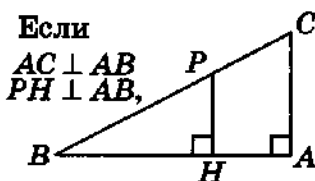
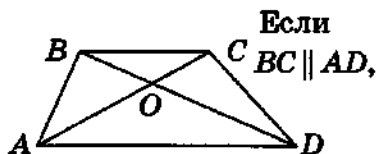
Часть А

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–2.

1. Укажите верные утверждения.

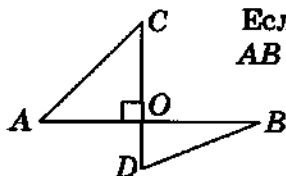
- 1) Если $KLMN$ — ромб, то $\angle KNM = \angle LMN$.
- 2) Если $KLMN$ — ромб, то $\angle LNK = \angle LNM$.
- 3) Если $KLMN$ — прямоугольник, то $KM = LN$.
- 4) Если $KLMN$ — прямоугольник, O — точка пересечения диагоналей, то $\angle MOL = 90^\circ$.

2. Укажите, какие из утверждений, приведенных к данным рисункам, верны.



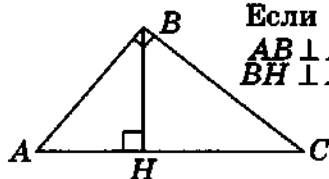
1) то $\triangle AOB \sim \triangle COD$;

2) то $\triangle ABC \sim \triangle HBP$;



Если
 $AB \perp CD$,

3) то $\triangle AOC \sim \triangle BOD$;



Если
 $AB \perp BC$
 $BH \perp AC$,

4) то $\triangle ABC \sim \triangle AHB$.

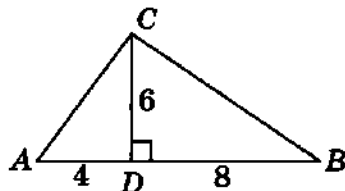
Часть В

Запишите ответы к заданиям 3–4.

3. PH – средняя линия треугольника DBE ($H \in BD$, $P \in BE$).
Найдите периметр трапеции $DHPE$, если $BD = BE = 8$, $DE = 12$.

4. Используя данные, указанные на рисунке, найдите:

- 1) площадь треугольника ABC ;
- 2) сторону BC ;
- 3) тангенс угла ACD ;
- 4) синус угла DBC .



5. Найдите большую диагональ параллелограмма, если его стороны равны 6 и $3\sqrt{2}$, а острый угол равен 45° .

Часть С

Запишите обоснованное решение задач 6 – 7.

6. Дан параллелограмм $MPKH$. Докажите, что треугольники PKH и MKN имеют равные площади.

7*. В равнобедренной трапеции $ABCE$ проведены биссектрисы углов A и E , которые пересекаются в точке на основании BC . Найдите периметр трапеции, если $AB = 8$, $AE = 22$.

ВАРИАНТ 3

Часть А

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–2.

1. Укажите верные утверждения.

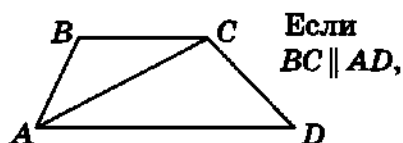
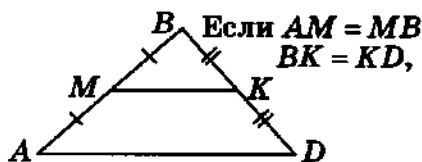
1) Если $KLMN$ — прямоугольник, то $\angle LKN = \angle KNM$.

2) Если $KLMN$ — прямоугольник, то $\angle KNL = \angle MNL$.

3) Если $KLMN$ — ромб, O — точка пересечения диагоналей, то $\angle KON = 90^\circ$.

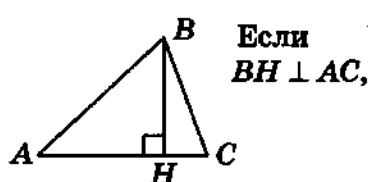
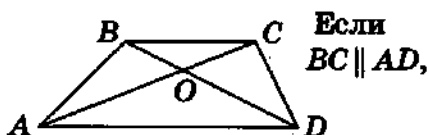
4) Если $KLMN$ — ромб, то $\angle LKN = \angle KNM$.

2. Укажите, какие из утверждений, приведенных к данным рисункам, верны.



1) то $\triangle BMK \sim \triangle ABD$;

2) то $\triangle ABC \sim \triangle ACD$;



3) то $\triangle BOC \sim \triangle DOA$;

4) то $\triangle ABH \sim \triangle BCH$.

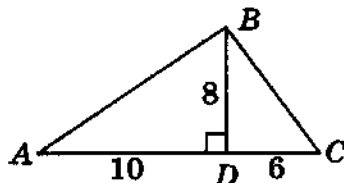
Часть В

Запишите ответы к заданиям 3–4.

3. PM — средняя линия треугольника CDE ($M \in CE$, $P \in CD$). Найдите периметр трапеции $MPDE$, если $CD = DE = 10$, $CE = 6$.

4. Используя данные, указанные на рисунке, найдите:

- 1) площадь треугольника ABC ;
- 2) сторону BC ;
- 3) тангенс угла BAD ;
- 4) синус угла DBC .



5. Найдите большую сторону параллелограмма, если его меньшая сторона равна 6, а одна из диагоналей образует со сторонами углы 30° и 45° .

Часть С

Запишите обоснованное решение задач 6–7.

6. Дан параллелограмм $MPKH$. Докажите, что треугольники PMK и PKH имеют равные площади.

7*. В параллелограмме $ABCD$ проведены биссектрисы углов A и B , которые пересекаются в точке на стороне CD . Найдите периметр параллелограмма $ABCD$, если $AD = 5$.

ВАРИАНТ 4

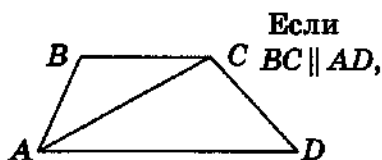
Часть А

Запишите номера верных ответов к заданиям 1–2.

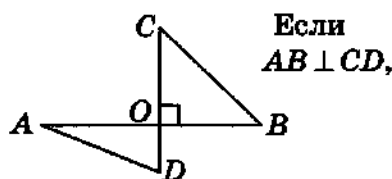
1. Укажите верные утверждения.

- 1) Если $KLMN$ — прямоугольник, O — точка пересечения диагоналей, то $\angle KOL = 90^\circ$.
- 2) Если $KLMN$ — прямоугольник, то $\angle KLM = \angle LMN$.
- 3) Если $KLMN$ — ромб, то $KM = LN$.
- 4) Если $KLMN$ — ромб, то $\angle LKM = \angle NKM$.

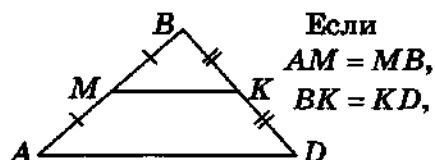
2. Укажите, какие из утверждений, приведенных к данным рисункам, верны.



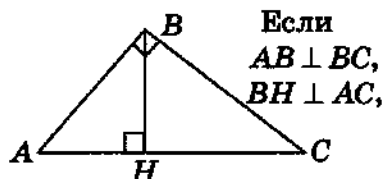
1) то $\triangle ABC \sim \triangle ACD$;



2) то $\triangle AOD \sim \triangle BOC$;



3) то $\triangle ABD \sim \triangle MBK$;



4) то $\triangle ABH \sim \triangle BCH$.

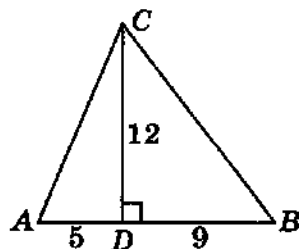
Часть В

Запишите ответы к заданиям 3–4.

3. KH — средняя линия треугольника DEF ($K \in DE$, $H \in EF$). Найдите периметр трапеции $DKHF$, если $DE = EF = 6$, $DF = 10$.

4. Используя данные, указанные на рисунке, найдите:

- 1) площадь треугольника ABC ;
- 2) сторону AC ;
- 3) тангенс угла BCD ;
- 4) косинус угла BAC .



5. Найдите меньшую сторону параллелограмма, если его большая сторона равна 8, а одна из диагоналей образует со сторонами углы 30° и 45° .

Часть С

Запишите обоснованное решение задач 6–7.

6. Дан параллелограмм $MPKH$. Докажите, что треугольники PMH и MKH имеют равные площади.

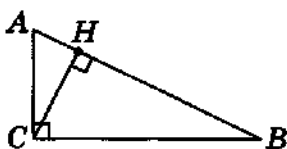
7*. В равнобедренной трапеции $ACDE$ проведены биссектрисы углов A и E , которые пересекаются в точке на основании CD . Найдите периметр трапеции, если $AC = 6$, $AE = 18$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

1. МЕТОД ПЛОЩАДЕЙ

Метод площадей заключается в представлении площади фигуры с помощью разных формул или с помощью одной формулы, но с использованием разных элементов фигуры. Приравнивая два различных представления площади, получаем возможность вычислить неизвестную величину.

Пример 1. Найдите высоту прямоугольного треугольника, проведенную из вершины прямого угла, если катеты равны 4 и 8.



Решение.

$$1) S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot CH, \text{ тогда } AC \cdot BC = AB \cdot CH.$$

$$2) AB^2 = 4^2 + 8^2 = 80, AB = 4\sqrt{5}.$$

$$3) 4 \cdot 8 = 4\sqrt{5} \cdot CH, CH = \frac{8}{\sqrt{5}}. \text{ О т в е т: } \frac{8}{\sqrt{5}}.$$

Задачи

1.1. В равнобедренном треугольнике основание равно 8, а высота, проведенная к основанию, равна 3. Найдите высоту, опущенную на боковую сторону треугольника.

1.2. Найдите наибольшую сторону треугольника, если отношение его сторон равно 13:20:21, а высота, проведенная к меньшей стороне, равна 50,4.

1.3. В треугольнике две стороны равны 6 см и 10 см, радиус описанной окружности равен 8 см. Найдите высоту, проведенную к третьей стороне треугольника.

1.4. Найдите периметр треугольника ABC , если сторона AB равна 10, высота CH равна 8, радиус вписанной в треугольник окружности равен 4.

1.5. Диагонали параллелограмма равны 6 и 16, а угол между ними равен 60° . Найдите высоту параллелограмма, проведенную к меньшей стороне.

1.6. Найдите основание равнобедренного треугольника, если известно, что высота, опущенная на это основание, равна 10, а высота, опущенная на боковую сторону, равна 12.

1.7. Найдите высоту ромба, диагонали которого равны 6 см и 8 см.

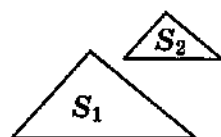
1.8. Диагонали равнобедренной трапеции перпендикулярны и равны 8 см. Найдите высоту трапеции.

2. ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

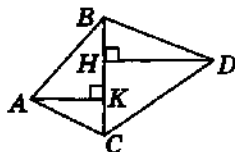
Если треугольники подобны, то их площади относятся как квадраты соответствующих сторон (или высот, или любых других соответствующих линейных элементов (то есть как квадрат коэффициента подобия)).

Если два треугольника имеют общее основание (или равные основания), то их площади относятся как высоты, проведенные к этому основанию.

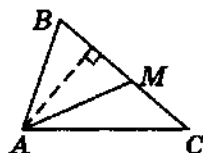
Если два треугольника имеют одну и ту же высоту (или равные высоты), то отношение площадей равно отношению оснований.



$$S_1 : S_2 = k^2$$

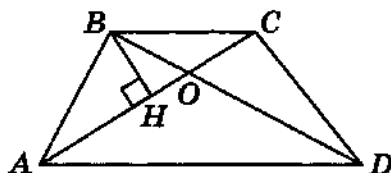


$$S_{ABC} : S_{BCD} = AK : DH$$



$$S_{ABM} : S_{AMC} = BM : CM$$

Например, две диагонали трапеции разбивают ее на треугольники, площади которых связаны определенными соотношениями.



1) $\triangle BOC$ и $\triangle DOA$ подобны. Отношение их площадей равно квадрату отношения сторон этих треугольников, т. е. оснований трапеции или отрезков диагонали.

2) $\triangle ABD$ и $\triangle ACD$ имеют одно основание и равные высоты, значит, их площади равны; аналогично $\triangle ABC$ и $\triangle BCD$ имеют равные площади.

3) $\triangle AOB$ и $\triangle COD$ тоже имеют равные площади, так как составляют с треугольником AOD равновеликие треугольники.

4) $\triangle AOB$ и $\triangle BOC$ имеют одну и ту же высоту BH , значит, их площади относятся как отрезки AO и CO . Аналогично и площади треугольников BOC и COD пропорциональны отрезкам BO и DO .

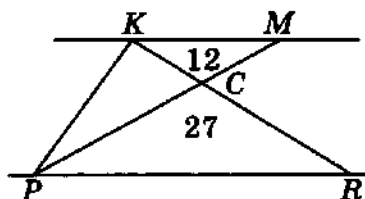
Пример 1. Прямые KM и PR параллельны, а отрезки KR и PM пересекаются в точке C , площадь треугольника MKC равна 12, площадь треугольника PRC равна 27. Найдите площадь треугольника PKC .

Р е ш е н и е.

1) Треугольники KCM и RCP подобны. Найдем коэффициент подобия:

$$k^2 = \frac{S_{KCM}}{S_{RCP}} = \frac{12}{27} = \frac{4}{9},$$

$$k = \frac{MC}{PC} = \frac{2}{3}.$$



2) $\triangle MKC$ и $\triangle PKC$ имеют одну высоту, значит,
 $\frac{S_{MKC}}{S_{PKC}} = \frac{MC}{CP}, \frac{12}{S_{PKC}} = \frac{2}{3}, S_{PKC} = 18.$

О т в е т: 18.

Задачи

2.1. Отрезки AC и BD пересекаются в точке K , а прямые BC и AD параллельны. Площадь треугольника BCK равна 8, а площадь треугольника ADK равна 18. Найдите площадь треугольника ABC .

2.2. Вершина B параллелограмма $ABCD$ соединена с точкой M на стороне CD . Отрезок BM пересекает диагональ AC в точке K . Площадь треугольника BCK равна 18, а площадь треугольника CMK равна 12. Найдите площадь параллелограмма.

2.3. Вершина B параллелограмма $ABCD$ соединена с точкой K на стороне AD и с точкой M на стороне CD . Найдите площадь четырехугольника $BKDM$, если площадь параллелограмма равна 48, $AK : KD = 2 : 1$, а M — середина стороны CD .

2.4 Найдите площадь трапеции $ABCD$ (AB — меньшее основание), если ее диагонали пересекаются в точке P , площади треугольников ABP и ADP соответственно равны 2 и 7.

2.5. Найдите площадь трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD , если $AB = 10$, $BC = 9$, $AC = 17$, $AD = 21$.

2.6. Медианы BM и DN треугольника BCD пересекаются в точке O . Найдите отношение площадей треугольников CMN и BON .

2.7. Катеты прямоугольного треугольника равны 15 и 20. Найдите длину перпендикуляра, опущенного из точки пересечения медиан треугольника на гипотенузу.

2.8. Найдите расстояние от точки пересечения медиан прямоугольного треугольника до его катета, равного 20, если гипотенуза треугольника равна 25.

2.9. В треугольнике ABC проведены биссектриса BD и медиана BM . Найдите площадь треугольника BMD , если $AB = 9$, $BC = 17$, $AC = 10$.

2.10. В треугольнике ABC проведена медиана AM , причем $\angle MAC = 30^\circ$, а $\angle AMC$ — тупой. Найдите площадь треугольника ABC , если $AC = 11$, $BC = 14$.

3. СВОЙСТВО БИСЕКТРИСЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

Биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим к ним сторонам треугольника.

Пример. Окружность с центром O вписана в равнобедренный треугольник FDC с основанием CF . Отрезок, соеди-

няющий вершину C с точкой K на стороне DF , проходит через точку O . Найдите периметр треугольника FDC , если $FK = 6$, $DK = 12$.

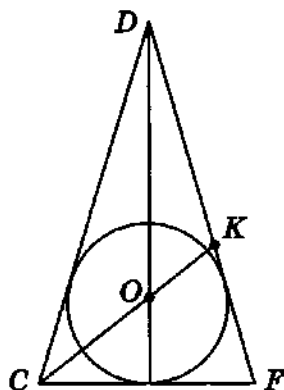
Решение.

$$1) DC = DF = DK + FK = 18.$$

2) CK — биссектриса треугольника, так как проходит через центр вписанной окружности. Тогда по свойству биссектрисы треугольника $\frac{DK}{FK} = \frac{CD}{CF}$, $CF = \frac{6 \cdot 18}{12} = 9$.

$$3) P_{CDF} = 18 + 18 + 9 = 45.$$

О т в е т: 45.



Задачи

3.1. Площадь ромба $ABCD$ равна $8\sqrt{2}$, а угол A равен 45° . Высота BH пересекает диагональ AC в точке M . Найдите длину отрезка BM .

3.2. Сторона ромба $ABCD$ равна 12, а его площадь равна $72\sqrt{3}$. Высота BH , проведенная к стороне AD , пересекает диагональ AC в точке M . Найдите площадь треугольника ABM .

3.3. Дан ромб $ABCD$ с острым углом C . Точка M — середина стороны CD , отрезок BM пересекает диагональ AC в точке K . Найдите площадь треугольника CMK , если площадь ромба равна 48.

3.4. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена биссектриса BM , причем $AM = 5$, $MC = 3$. Найдите площадь треугольника ABM .

3.5. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена биссектриса BK . Найдите площади треугольников CBK и ABK , если площадь треугольника ABC равна 18, а синус угла A равен 0,8.

3.6. В равнобедренный треугольник ABC с основанием AC вписана окружность с центром O . Луч CO пересекает сторону AB в точке K , причем $AK = 3$, $BK = 6$. Найдите периметр треугольника ABC .

3.7. Окружность с центром O , вписанная в равнобедренный треугольник, касается боковых сторон AB и BC в точках M и K . Найдите площадь треугольника OMB , если основание треугольника равно 12, боковая сторона равна 10.

3.8. Окружность с центром O , вписанная в равнобедренный треугольник, касается боковых сторон AB и BC в точках M и K . Основание треугольника равно 16, боковая сторона равна 10. Найдите площадь треугольника AOB .

3.9. Площадь равнобедренного треугольника ABC с основанием BC равна 160, боковая сторона равна 20. Высоты BK и $АН$ пересекаются в точке O . Найдите площадь треугольника ABO .

3.10. Высоты $АН$ и BK равнобедренного треугольника ABC с основанием AC пересекаются в точке O так, что $AO = 5$, $ОН = 3$. Найдите BK .

3.11. В треугольнике ABC известны стороны: $AB = 13$, $BC = 15$, $AC = 4$. Проведены высота BH и биссектриса BD . Найдите площадь треугольника BHD .

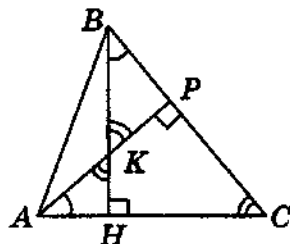
3.12. Найдите высоту BH треугольника ABC , если его стороны AB и AC равны соответственно 12 и 15, а биссектриса AM отсекает от него треугольник ABM , площадь которого равна 20.

4. ПОДОБИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

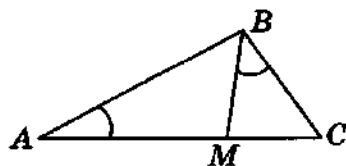
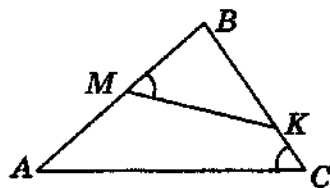
Для подобия прямоугольных треугольников существенно, что они уже имеют одну пару соответственно равных углов — прямых. Поэтому достаточно найти еще одну пару соответственно равных острых углов.

Подобные прямоугольные треугольники появляются, когда в треугольнике проведены две высоты. В этом случае имеются два прямоугольных треугольника с общим острым углом и тогда их вторые острые углы тоже равны.

Кроме того, если высоты пересекаются, то вертикальные углы с вершиной в точке пересечения тоже равны. Если отметить все равные углы, то можно увидеть, что в такой конфигурации имеется несколько пар подобных треугольников, например, AKH и BKP , AKH и ACP , AKH и BCH и т. д.



Если в треугольнике проведена прямая, не параллельная ни одной из сторон, то она тоже может отсекать от данного треугольника подобный ему треугольник. Такая прямая может пересекать две стороны треугольника или проходить через одну из вершин и пересекать противоположную сторону, как показано на рисунках. И в том и в другом случае подобные треугольники имеют один общий угол.



Пример 1. В треугольнике ABC на стороне AC отмечена точка M такая, что $\angle C = \angle ABM$. Найдите AB , если $AC = 36$, $AM = 16$.

Решение.

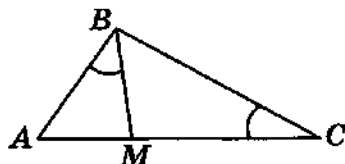
1) $\triangle ABC$ и $\triangle ABM$ подобны по двум углам ($\angle A$ — общий, $\angle C = \angle ABM$).

2) Запишем пропорциональность их сторон.

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AB}, \quad \frac{AB}{16} = \frac{36}{AB}.$$

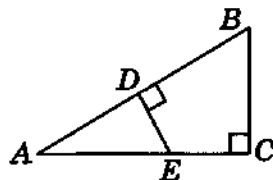
Отсюда $AB^2 = 16 \cdot 36$, $AB = 24$.

О т в е т: 24.



Задачи

4.1. Найдите гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC (см. рисунок), если известно, что $DE \perp AB$, $AE = 6$, $CE = 4$, $AD = 5$.



4.2. В треугольнике ABC на стороне AB взята точка M , а на стороне BC — точка P . Известно, что $\angle BMP = \angle C$, $AM = 2$ см, $BM = 4$ см, $CP = 5$ см. Найдите сторону BC .

4.3. В треугольнике ABC на стороне AC взята точка K , причем $\angle ABK = \angle C$, $AK = 4$ см, $CK = 5$ см. Найдите сторону AB .

4.4. В треугольнике ABC биссектриса BD равна отрезку CD . Известно, что $AB = 4$ см, $BC = 5$ см. Найдите сторону AC .

4.5. В равнобедренном треугольнике ABC , стороны которого $AC = 4$, $AB = BC = 6$, проведены биссектрисы AK и CM . Найдите длину KM .

4.6. Прямая MK пересекает стороны треугольника ABC ($M \in AB$, $K \in BC$), причем $\angle C = \angle BMK$. Найдите площадь треугольника ABC , если площадь четырехугольника $AMKC$ равна 12, $AM = 0,7$, $BM = 0,8$, $BK = 0,5$.

4.7. Прямая, проходящая через точку пересечения медиан треугольника, отсекает от треугольника трапецию, площадь которой равна 24. Найдите площадь данного треугольника.

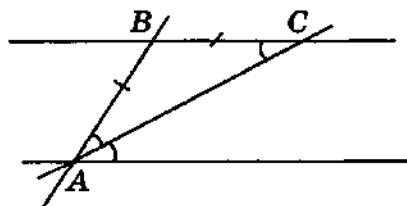
4.8. В треугольнике ABC точка K делит сторону AB на отрезки $AK = 4$, $BK = 2$. Найдите сторону AC , если $\angle B = \angle ACK$.

4.9. Найдите основание AB равнобедренного треугольника ABC , если его высоты AH и CK пересекаются в точке O , причем $AO = 5$, $OH = 4$.

4.10. В окружности с центром O проведены диаметр AB , хорда BC и отрезок OM , перпендикулярный AB , причем $M \in BC$. Найдите радиус окружности, если $CM = 1$, $BM = 8$.

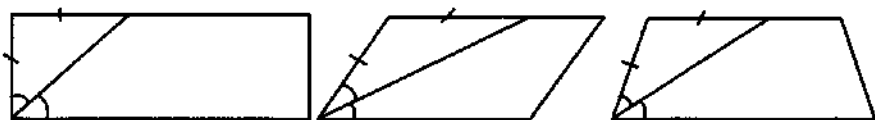
5. БИСSEКТРИСА ПАРАЛЛЕЛОГРАММА, ПРЯМОУГОЛЬНИКА, ТРАПЕЦИИ

Если биссектриса угла пересекает прямую, параллельную одной из сторон этого угла, то образовавшийся треугольник является равнобедренным.



Так как в параллелограмме и трапеции есть параллельные стороны, то справедливы свойства:

• При проведении биссектрисы в параллелограмме, прямоугольнике, трапеции образуется равнобедренный треугольник;



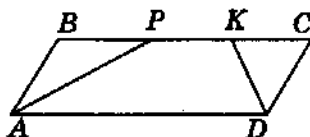
• биссектрисы соседних углов параллелограмма, прямоугольника, а также углов, прилежащих к боковой стороне трапеции, перпендикулярны;



• биссектрисы противоположных углов параллелограмма параллельны (или лежат на одной прямой).



Пример 1. На рисунке AP и DK — биссектрисы углов параллелограмма $ABCD$. Найдите длину отрезка PK , если периметр параллелограмма равен 62 см, $AD = 23$ см.



Решение. 1) $\angle BAP = \angle DAP$ (AP — биссектриса угла A), $\angle DAP = \angle APB$ (внутренние накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и секущей AP), тогда $\angle BAP = \angle APB$, следовательно $AB = BP$.

2) Аналогично $CD = CK$.

3) $P_{ABCD} = 2(AB + AD)$, тогда $62 = 2AB + 46$, $AB = 8$.

4) $BC = 2AB + PK$, откуда $PK = 23 - 16 = 7$. **О т в е т:** 7 см.

Пример 2. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекают соответственно сторону BC в точках K и M , причем точка M лежит между точками B и K . Найдите длину отрезка KM , если известно, что $AB = 6$, а периметр параллелограмма равен 32.

Решение.

$$1) CD = AB = 6,$$

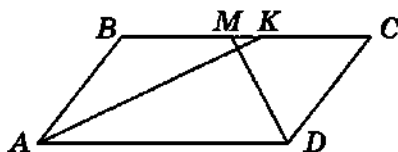
$$BC = AD = \frac{P}{2} - AB = 10.$$

2) AK — биссектриса, поэтому $\triangle ABK$ — равнобедренный и $BK = 6$; DM — биссектриса, поэтому $MC = 6$.

$$3) CK = BC - BK = 10 - 6 = 4,$$

$$MK = CM - CK = 6 - 4 = 2.$$

О т в е т: 2.



Задачи

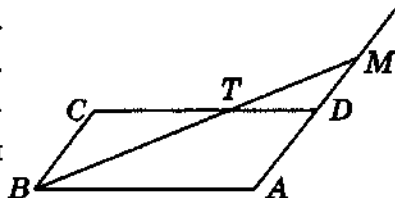
5.1. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке M , а биссектриса угла B пересекает сторону AD в точке K . Найдите сторону AB , если $AM = 24$, $BK = 10$.

5.2. В параллелограмме $ABCD$ проведены биссектрисы AM и DK ($M \in BC$ и $K \in BC$). Найдите длину отрезка MK , если известно, что $AD = 18$ см, а периметр параллелограмма равен 56 см.

5.3. В параллелограмме $ABCD$ проведены биссектрисы AM и DK . Точки M и K разбивают сторону BC на отрезки BM , MK и KC . Найдите периметр параллелограмма, если основания трапеции $AMKD$ равны 7 и 19.

5.4. В параллелограмме $KLMN$ сторона KL в два раза больше стороны LM . На стороне MN взята точка C — её середина. Найдите периметр параллелограмма $KLMN$, если известно, что $KC = 4$, а $LC = 2\sqrt{5}$.

5.5. На рисунке BM — биссектриса угла B параллелограмма $ABCD$. Найдите периметр треугольника ABM , если $BC = 12$, $AB = 21$, $BT = 20$.



5.6. В треугольник ABC вписан ромб так, что две его вершины лежат на стороне BC , а две другие — на сторонах AC и AB , причем диагонали ромба, равные 8 и 6, параллельны сторонам AB и AC . Найдите периметр треугольника.

5.7. В прямоугольнике $KMNP$ биссектриса угла N пересекает сторону MK в точке B , а биссектриса угла M пересекает сторону NP в точке C . Определите вид четырехугольника $MBCN$.

5.8. В параллелограмме $KMNP$ биссектриса угла N пересекает сторону PK в точке B , а биссектриса угла P пересекает сторону MN в точке D . Найдите величину угла PDN , если $\angle PNB = 48^\circ$.

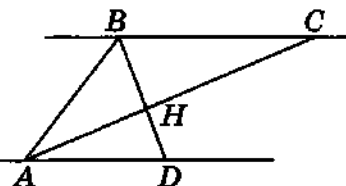
5.9. Найдите периметр прямоугольника $ABCD$, если биссектрисы углов A и D делят сторону BC на три равные части по 4 см каждая.

5.10. В параллелограмме $ABCD$ проведена биссектриса угла A , пересекающая сторону CD в точке K . Найдите длину отрезка CK , если стороны параллелограмма равны 10 и 8.

5.11. Найдите периметр трапеции, основания которой равны 13 и 7, а диагонали являются биссектрисами ее углов.

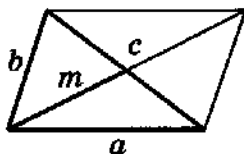
5.12. Отрезки AB и CD пересекаются в точке O , а прямые BC и AD параллельны, BA — биссектриса угла CBD . Найдите периметр треугольника CBD , если $BC = 15$, $CO = 9$, $DO = 12$.

5.13. На рисунке прямые BC и AD параллельны, AC — биссектриса угла BAD . Найдите длину отрезка AH , если $AB = 24$, $AD = 18$, $AC = 35$.



6. ПРОДЛЕНИЕ МЕДИАНЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

Если в треугольнике на продолжении медианы отложить отрезок, равный этой медиане, и полученную точку соединить с вершинами треугольника, то (по признаку параллелограмма) получим параллелограмм, в котором две стороны равны сторонам треугольника, одна диагональ равна третьей стороне треугольника, а вторая диагональ равна удвоенной медиане.



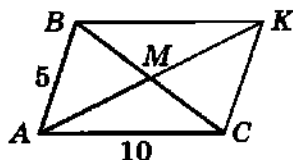
В параллелограмме сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех сторон. Для случая на рисунке это свойство запишется в виде: $2a^2 + 2b^2 = c^2 + (2m)^2$. Применение этого свойства позволяет по трем сторонам вычислить любую медиану или по двум сторонам и медиане находить третью сторону.

Пример 1. Две стороны треугольника равны 5 и 10, а медиана, заключённая между ними, равна 6,5. Найдите площадь треугольника.

Решение.

1) Пусть в треугольнике ABC :

$AB = 5$, $AC = 10$, медиана $AM = 6,5$.



2) Отложим на луче AM отрезок $MK = AM$. Четырехугольник $ABKC$ — параллелограмм (так как $AM = MK$ и $BM = CM$), причем $AK = 13$.

3) По свойству сторон и диагоналей параллелограмма имеем:

$$2AB^2 + 2AC^2 = BC^2 + AK^2,$$

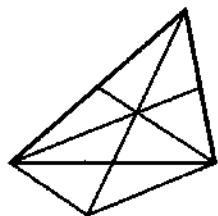
$$50 + 200 = BC^2 + 169, BC^2 = 81, BC = 9.$$

$$4) P_{ABC} = 5 + 10 + 9 = 24,$$

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{12 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3} = 6\sqrt{14}.$$

О т в е т: $6\sqrt{14}$.

Иногда бывает полезно продлить медиану на отрезок, равный $\frac{1}{3}$ медианы, и соединить полученную точку с вершинами треугольника. При этом образуется параллелограмм, стороны которого и одна из диагоналей равны $\frac{2}{3}$ медианы треугольника, а вторая диагональ — стороне треугольника.



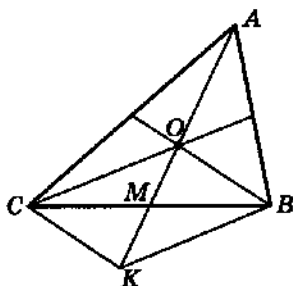
Это значит, что по трем медианам можно найти любую сторону треугольника, а по двум медианам и стороне — третью медиану.

Пример 2. Медианы треугольника равны 12, 15 и 21. Найдите длину стороны, к которой проведена наибольшая медиана.

Решение.

1. Пусть в треугольнике ABC медиана AM равна 21, O — точка пересечения медиан. Тогда $OM = 7$. Отложим на луче AM отрезок $MK = OM$ и проведем отрезки BK и CK .

2. $OBKC$ — параллелограмм (так как M — середина его диагоналей), причем его стороны OC и OB равны 10 и 8, $OK = 14$.



По свойству сторон и диагоналей параллелограмма:

$$2 OC^2 + 2 OB^2 = OK^2 + BC^2,$$

$$128 + 200 = 196 + BC^2, BC^2 = 132, BC = 2\sqrt{33}.$$

О т в е т: $4\sqrt{2}$.

Задачи

6.1. Найдите периметр треугольника, две стороны которого равны 6 и 8, а медиана, заключённая между ними, равна 5.

6.2. Две стороны треугольника равны 11 и 12. Найдите косинус угла между ними, если медиана, проведенная к третьей стороне, равна 9,5.

6.3. Найдите основание равнобедренного треугольника, если оно в три раза меньше боковой стороны, а медиана, проведенная к боковой стороне, равна $3\sqrt{11}$.

6.4. Найдите периметр треугольника ABC , если $AB = 4$, $BC = 7$, а медиана AM равна 4,5.

6.5. Стороны треугольника относятся как $2 : 3 : 4$, а медиана, проведенная к большей стороне, равна $2\sqrt{10}$. Найдите периметр треугольника.

6.6. Медианы треугольника равны 3, 4 и 5. Найдите площадь треугольника.

6.7. Найдите площадь треугольника, медианы которого равны 5, 5 и 8.

6.8. В треугольнике ABC сторона AC равна 9, а медианы AM и CK равны 10,5 и 6. Найдите длину медианы BN .

ОТВЕТЫ

Обучающие работы

Обучающая работа 1

Вариант 1. 1. $\{-1; 3\}$. 2. $\{-12; 4\}$. 3. $\{-19; 8\}$. 4. в. 5. $\{1; -2\}$. 6. 6.

Вариант 2. 1. $\{1; 3\}$. 2. $\{12; -3\}$. 3. $\{-13; 14\}$. 4. а. 5. $\{-2; -1\}$. 6. в.

Обучающая работа 2

Вариант 1. 1. $\sqrt{13}$. 2. $(5; 1)$. 3. 1) $(1,5; 3)$ 2) $2\sqrt{10}$.

4. 1) $A(0; 6)$ $B(4; 0)$ $C(-2; 0)$, 2) $(-1; 3)$, 3) $\sqrt{34}$. 5. $3\sqrt{2}$.

Вариант 2. 1. $\sqrt{17}$. 2. $(-2; 4)$. 3. 1) $(-1; 2)$ 2) $\sqrt{10}$.

4. 1) $A(3; 4)$ $B(8; 4)$ $C(5; 0)$, 2) $(6,5; 2)$, 3) $4\sqrt{5}$. 5. $2\sqrt{5}$.

Обучающая работа 3

Вариант 1. 1. $(2; -4)$, 4. 2. $(x + 3)^2 + y^2 = 4$. 3. в. 4. $(-2; 0)$, $\sqrt{14}$.
5. $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 25$.

Вариант 2. 1. $(4; -1)$, 3. 2. $(x - 4)^2 + y^2 = 9$. 3. 6. 4. $(2; 0)$, 4.
5. $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 36$.

Обучающая работа 4

Вариант 1. 1. 2,5. 2. b и c . 3. 1) b , 2) d , 3) a , 4) c . 4. $y = 7x - 2$.
5. $y = 3x - 2$. 6. $3x + 2y = 0$.

Вариант 2. 1. $-\frac{3}{4}$. 2. a и b . 3. 1) c , 2) d , 3) a , 4) b . 4. $y = 4x + 3$.

5. $y = 2x - 2$. 6. $x - 2y = 0$.

Обучающая работа 5

Вариант 1. 1. $\frac{8}{9}$. 2. $\sin \alpha = 0,6$, $\cos \alpha = -0,8$, $\operatorname{tg} \alpha = -0,75$.

3. 1) 10,5, 2) 45. 4. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$. 5. $-\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Вариант 2. 1. $\frac{15}{16}$. 2. $\sin \alpha = 0,8$, $\cos \alpha = -0,6$, $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{4}{3}$. 3. 1) 20,

2) 24. 4. $-\sqrt{3}$. 5. $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Обучающая работа 6

Вариант 1. 1. $6\sqrt{3}$. 2. $\frac{1}{3}$. 3. 7. 4. 15. 5. 1) 20, 2) $12\sqrt{3}$.

Вариант 2. 1. $7\sqrt{2}$. 2. 0,5. 3. 6. 4. 10. 5. 1) 24, 2) $20\sqrt{3}$.

Обучающая работа 7

Вариант 1. 1. 1) 9, 2) -9. 2. 1) -72, 2) 0. 3. 8. 4. 0,75. 5. 90° .

Вариант 2. 1. 1) 16, 2) -16. 2. 1) -48, 2) 0. 3. 24. 4. 0,25. 5. 90° .

Обучающая работа 8

Вариант 1. 1. 540° . 2. 150° . 3. 4. 4. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. 5. $81\sqrt{2}$. 6. 48.

Вариант 2. 1. 1260° . 2. 160° . 3. 16. 4. $6\sqrt{2}$. 5. $36\sqrt{3}$. 6. $200\sqrt{2}$.

Обучающая работа 9

Вариант 1. 1. 43,96. 2. 8 см. 3. На 10 π см. 4. 15 π см. 5. 7 см. 6. 8 π и 12 π. 7. 8 π.

Вариант 2. 1. 31,4. 2. 12 см. 3. На 6 π см. 4. 13 π см. 5. 8 см. 6. 6 π и 12 π. 7. 8 π.

Обучающая работа 10

Вариант 1. 1. $78,5 \text{ см}^2$. 2. 54 см^2 . 3. $7,5 \text{ см}^2$. 4. $25 \pi \text{ см}^2$. 5. 12 π и 24 π. 6. $4 \pi \text{ м}^2$.

Вариант 2. 1. $50,24 \text{ см}$. 2. 128 м^2 . 3. 6 см^2 . 4. $100 \pi \text{ см}^2$. 5. 24 π и 40 π. 6. $9 \pi \text{ м}^2$.

Обучающая работа 11

Вариант 1. 4. 115° . 5. 16.

Вариант 2. 4. 95° . 5. 32.

Обучающая работа 12

Вариант 1. 2. 240. 3. $36\sqrt{2} \text{ см}^2$. 4. 7. 5. $32\sqrt{3}$.

Вариант 2. 2. 480. 3. $64\sqrt{2} \text{ см}^2$. 4. 12. 5. $50\sqrt{3}$.

Обучающая работа 13

Вариант 1. 1. 12. 2. 144. 3. 100. 4. 12. 5. $4,5 \text{ м}^3$.

Вариант 2. 1. 12. 2. 36. 3. 40 см^3 . 4. 9. 5. $\frac{4}{3} \text{ м}^3$.

Обучающая работа 14

Вариант 1. 1. $9\sqrt{3}\pi \text{ см}^3$. 2. $80 \pi \text{ см}^2$. 3. 6,5. 4. 136 π. 5. 288 π.

Вариант 2. 1. $18 \pi \text{ см}^2$. 2. $48 \pi \text{ см}^2$. 3. 7,5. 4. 100 π. 5. 392 π.

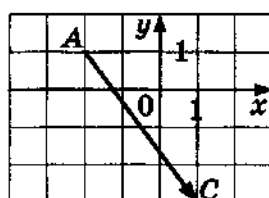
Математические диктанты

Математический диктант 1

1. 1) $\overline{BA}$, 2) $\overline{DA}$, 3) а, в.

3. $\overline{AC} - \overline{AB}$. 5. $\vec{a} \{-5; 7\}$.

2.



Математический диктант 2

1. (1; 5). 2) $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 16$. 4. 13.

Математический диктант 3

2. 1) 0,7, 2) -0,3. 3. 1,2. 4. 10. 5. -11.

Математический диктант 4

1. 1) OM, 2) OT, 3) 120° . 2. 1) OA, 3) 16 см.

Математический диктант 5

1. 1) 20π см, 2) 100π см². 2. 1) 8, 2) 6.

Математический диктант 6

4. а, в.

Тематические проверочные работы

Проверочная работа 1

Вариант 1. 1. $\{3; -4\}$, 5. 2. б и в. 3. $B(5; -3)$, $D(-7; 2)$, $BD = 13$.

4. BC. 5. $\{-5; 14\}$, $\{-4; 11\}$.

6. 1) $(4; 3)$, 10, 3) $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 100$, 4) нет.

7. б. 8. 1) $y = -3$, 2) $x = -1$, 3) $y = 3x$. 9. в. 10. $y = 3x - 2$. 11. $\{2; 5\}$.

12. $4\sqrt{2}$.

Вариант 2. 1. $\{-4; 3\}$, 5. 2. а и б. 3. $B(-3; 7)$, $D(3; -1)$, $BD = 10$.

4. AB. 5. $\{17; -33\}$, $\{-9; 19\}$.

6. 1) $(5; -7)$, 5, 3) $(x - 5)^2 + (y + 7)^2 = 25$, 4) нет.

7. в. 8. 1) $y = -4$, 2) $x = -2$, 3) $y = 2x$. 9. б. 10. $y = 2x + 4$. 11. $\{7; 3\}$.

12. $3\sqrt{10}$.

Проверочная работа 2

Вариант 1. 1. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$, $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$. 2. 0,4. 3. $2\sqrt{37}$.

4. 60° . 5. 4 м^2 . 6. а) да, б) нет.

7. $6\sqrt{2}$. 8. 1) 20, 2) $5\sqrt{2}$ и 4, 3) 45° . 9. $\frac{8}{9}$. 10. 8, $4\sqrt{2}$, 30° , 150° , 135° . 11. 1) $-20\sqrt{2}$, 2) $20\sqrt{2}$.

Вариант 2. 1. $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $\cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$, $\operatorname{tg} \alpha = -0,5$. 2. 0,25. 3. $\sqrt{10}$.

4. 45° . 5. $9\sqrt{2} \text{ м}^2$. 6. а) да, б) нет.

7. $12\sqrt{3}$. 8. 1) 12, 2) $4\sqrt{2}$ и 3, 3) 45° . 9. $\frac{15}{16}$. 10. 10, $5\sqrt{2}$, 30° , 150° , 135° . 11. 1) $-20\sqrt{3}$, 2) $20\sqrt{3}$.

Проверочная работа 3

Вариант 1. 1. 162° . 2. 20° . 3. $12\sqrt{3} \text{ см}$, 18 см. 4. $40\sqrt{2} \text{ м}$. 5. 6 см, $12\sqrt{3} \text{ см}$, 18 см.

6. $6\sqrt{3}\pi \text{ см}$, $27\pi \text{ см}^2$. 7. 4 $\pi \text{ см}$. 8. 2 π . 9. 27 π . 10. $75\sqrt{3} \text{ см}^2$. 11. 3 $\pi \text{ см}^2$.

Вариант 2. 1. 160° . 2. 18° . 3. 28 см, 28 см. 4. $2\sqrt{2} \text{ м}$. 5. 24 см, $24\sqrt{3} \text{ см}$, 36 см.

6. $8\sqrt{3}\pi \text{ см}$, $48\pi \text{ см}^2$. 7. $3\sqrt{2}\pi \text{ см}$. 8. 3 π . 9. 6 π и 12 π . 10. $108\sqrt{3} \text{ см}^2$. 11. $48\pi \text{ см}^2$.

Проверочная работа 4

Вариант 1. 1. 1) (4; 7), 2) (4; -7), 3) (-2; 4). 2. $A_1(4; 0)$, $B_1(2; 0)$. 3. $(4\sqrt{2}; 0)$. 5. Ромб. 8. (-5; 6).

Вариант 2. 1. 1) (5; 3), 2) (-5; 3), 3) (4; 1). 2. $A_1(0; 3)$, $B_1(0; 6)$. 3. (0; $3\sqrt{2}$). 5. Параллелограмм. 8. (-6; 7).

Проверочная работа 5

Вариант 1. 1. 200 см^2 . 2. $10\sqrt{2}$. 3. 240 см^3 . 4. 256. 5. 36 π , 54 π .

6. 50. 7. 12. 8. $32\sqrt{3} \pi \text{ см}^2$, $64\pi \text{ см}^3$. 9. $324\pi \text{ см}^2$, $972\pi \text{ см}^3$.

Вариант 2. 1. $96\sqrt{2} \text{ см}^2$. 2. $6\sqrt{2}$. 3. 480 см^3 . 4. 592. 5. $64\sqrt{5} \pi$, 640 π .

6. 65. 7. 13. 8. $16\sqrt{2} \pi \text{ см}^2$, $\frac{64}{3}\pi \text{ см}^3$. 9. 6 см, $144\pi \text{ см}^2$, $288\pi \text{ см}^3$.

Контрольные работы

Контрольная работа 1

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. 1, 4, 5, 8; 2. 1) $\frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC})$; 2) 10; 3) 5

3. 1) $\overline{AC} \{-1; -4\}$, $|\overline{AC}| = \sqrt{17}$; $\overline{BD} \{-1; -8\}$, $|\overline{BD}| = \sqrt{65}$;

2) $\vec{m} = \{1; 20\}$; $|\vec{m}| = \sqrt{401}$.

4. а) 10; 6) (4; -1); 5. 26 см; 6. 1) $x^2 + y^2 = 52$; 2) $12\sqrt{13}$

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
------------------	------------------	------------------	------------------

1. 3	1. 2	1. 1	1. 4
------	------	------	------

2. 3, 4, 6	2. 2, 5, 6	2. 1, 4, 6	2. 3, 5, 6
------------	------------	------------	------------

3. 1	3. 4	3. 2	3. 3
------	------	------	------

4. $\sqrt{34}$	4. $2\sqrt{10}$	4. $\sqrt{13}$	4. $2\sqrt{5}$
----------------	-----------------	----------------	----------------

5. 10	5. (1; 4)	5. 10	5. (-1; 4)
-------	-----------	-------	------------

6. 11	6. 12	6. 12	6. 9
-------	-------	-------	------

7. $2\sqrt{6}$	7. $9\sqrt{3}$	7. $4\sqrt{5}$	7. 10
----------------	----------------	----------------	-------

Контрольная работа 2

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. 1) 120° ; 2) 7; 3) $\frac{1}{6}$; 2. $\approx 15,3$ 3. 2) $-0,8$; 3) тупой 4. 75 5. 16

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
------------------	------------------	------------------	------------------

1. 3	1. 4	1. 2	1. 3
------	------	------	------

2. 1, 4	2. 2, 3	2. 1, 3	2. 2, 4
---------	---------	---------	---------

3. 5	3. $2\sqrt{2}$	3. $6\sqrt{6}$	3. 7
------	----------------	----------------	------

4. $14 \sin \beta$	4. $\frac{5}{2 \sin \alpha}$	4. $\frac{9}{2 \sin \gamma}$	4. $16 \sin \beta$
--------------------	------------------------------	------------------------------	--------------------

5. 72	5. 169	5. $-60,5$	5. 72
-------	--------	------------	-------

6. $\approx 30,6$	6. $\approx 5,6$	6. $\approx 5,1$	6. $\approx 10,6$
-------------------	------------------	------------------	-------------------

7. 7	7. 10	7. 7	7. 5
------	-------	------	------

Контрольная работа 3

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. 15π см, $56,25\pi$ см² 2. $\frac{10\pi}{3}$ и $\frac{14\pi}{3}$ 3. $\frac{100\pi}{9}$ см²

4. 1) в; 2) 6; 3) а; 4) г

5. $\approx 46 \text{ см}^2$; $\approx 416 \text{ см}^2$ 7. 5

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1. 3	1. 2	1. 2	1. 4
2. 2	2. 4	2. 3	2. 1
3. 15 см	3. 8 см ²	3. 12 см	3. 8 см ²
4. $6\sqrt{3}$ см	4. $2\sqrt{3}$ см	4. $6\sqrt{3}$ см	4. $10\sqrt{2}$ см
6. $48\sqrt{2}$	6. $27\sqrt{3}$	6. $32\sqrt{2}$	6. $36\sqrt{3}$

Контрольная работа 4

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. 1, 3 2. $A(-2; 2)$, $B(2; 2)$, $C(3; 2)$, $D(0; -2\sqrt{2})$, 4. Прямоугольник
5. Трапеция, 90 см^2

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1. 3, 5, 6	1. 1, 2, 4	1. 2, 4, 5	1. 1, 4, 6
2. (3; -6)	2. (-2; -5)	2. (4; -7)	2. (-6; -8)
6. Ромб	6. Прямо- угольник	6. Ромб	6. Прямо- угольник

Контрольная работа 5

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. 1, 3, 5, 6, 7. 2. $8\sqrt{3}$ 3. 13 4. $25\sqrt{6}$ 5. $2\sqrt{2}$ 6. $\frac{3}{4}$

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1. 1, 3	1. 1, 3	1. 2, 4	1. 2, 4
2. $14\sqrt{3}$	2. $4\sqrt{3}$	2. $5\sqrt{3}$	2. $14\sqrt{3}$
3. 12	3. 10	3. 5	3. 5
4. 3	4. 4	4. 3	4. 5
5. 20	5. 60	5. 80	5. 156

Итоговая контрольная работа за курс 9 класса

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. (5; 2,5) и (1; 1,5) 2. 2, 4, 6 3. 1) 24; 2) 7; 3) $32\sqrt{2}$. 4. 84,5
5. $10\pi \text{ см}$, $25\pi \text{ см}^2$ 6. а) $\frac{16\pi}{3}$; б) $16\sqrt{3}$; в) $8\sqrt{3}$ 7. $216\sqrt{3} \text{ см}^2$.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1. 2	1. 3	1. 3	1. 4
2. 1, 5, 6	2. 3, 4, 6	2. 3, 4, 5	2. 2, 4, 6
3. 6	3. 8	3. $\frac{1}{4}$	3. $\frac{1}{4}$
4. $8\sqrt{2}$	4. $50\sqrt{3}$	4. $18\sqrt{2}$	4. $32\sqrt{3}$
5. $12\sqrt{3}$	5. $6\sqrt{3}$	5. $10\sqrt{3}$	5. $8\sqrt{3}$
6. $200\sqrt{2}$ см ²	6. 243 см ²	6. $288\sqrt{2}$ см ²	6. 300 см ²
7. 7	7. $2\sqrt{7}$	7. $2\sqrt{7}$	7. $3\sqrt{3}$

Итоговая контрольная работа за курс 7–9 классов

Задачи для подготовки к контрольной работе

1. 3, 6, 8 2. $\triangle COD$ и $\triangle BOA$, $\triangle FKL$ и $\triangle FMN$, $\triangle MHK$ и $\triangle MCD$,

3. 1) $\frac{4}{5}$; 2) $\frac{3}{5}$; 3) $\frac{3}{4}$; 4) 90° 4. 15; 23 5. а) $\frac{1}{4}$; б) 6 см, 4 см 6. $4\sqrt{6}$ и $6\sqrt{2}$

Вариант 1

1. 1, 4
2. 1, 2
3. 17

4. 1) 35; 2) 13; 3) $\frac{2}{5}$; 4) $\frac{5}{13}$

5. $2\sqrt{13}$
7. 36

Вариант 3

1. 1, 3
2. 1, 3
3. 23

4. 1) 64; 2) 10; 3) $\frac{4}{5}$; 4) $\frac{3}{5}$

5. $6\sqrt{2}$
7. 30

Вариант 2

1. 2, 3
2. 2, 4
3. 26

4. 1) 36; 2) 10; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{3}{5}$

5. $3\sqrt{10}$
7. 54

Вариант 4

1. 2, 4
2. 3, 4
3. 21

4. 1) 84; 2) 13; 3) $\frac{3}{4}$; 4) $\frac{5}{13}$

5. $4\sqrt{2}$
7. 42

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

1. Метод площадей

1.1. 4,8.

1.2. 54,6. **Решение.** 1) Так как стороны треугольника относятся как 13:20:21, то их можно обозначить $13x$, $20x$ и $21x$. Тогда периметр треугольника равен $54x$.

2) Выразим площадь треугольника двумя способами:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

$$S = 0,5 \cdot 13x \cdot 50,4 = 13 \cdot 25,2x$$

$$S = \sqrt{27x \cdot 14x \cdot 7x \cdot 6x} = \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 2x^4} = 9 \cdot 7 \cdot 2x^2.$$

$$\text{Отсюда } 13 \cdot 25,2x = 9 \cdot 7 \cdot 2x^2, \quad x = \frac{13 \cdot 252 \cdot 0,1}{9 \cdot 7 \cdot 2} = 2,6.$$

Тогда наибольшая сторона равна $21x = 54,6$.

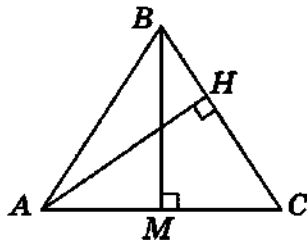
1.3. 3,75 см.

1.4. 20.

$$1.5. \frac{24\sqrt{3}}{7}.$$

1.6. 15. **Решение.** 1) Пусть $AC = x$, тогда по свойству высоты, проведенной к основанию равнобедренного треугольника, $AM = \frac{x}{2}$.

2) Выразим площадь треугольника ABC двумя способами:



$$S_{ABC} = \frac{AC \cdot BM}{2} = \frac{10x}{2} \quad \text{и} \quad S_{ABC} = \frac{BC \cdot AH}{2} = \frac{\sqrt{100 + \frac{x^2}{4}} \cdot 12}{2}, \quad \text{откуда}$$

$$14400 + 36x^2 = 100x^2,$$

$$x^2 = 225, \quad x = 15$$

1.7. 4, 8 см.

$$1.8. 4\sqrt{2} \text{ см.}$$

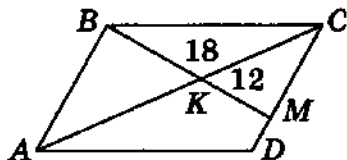
2. Пропорциональные площади треугольников

2.1. 20.

2.2. 90. Р е ш е н и е. 1) $S_{BCK} : S_{MCK} = BK : MK = 3 : 2$.

2) $\triangle ABK \sim \triangle CMK$, $S_{ABK} : S_{MCK} = BK^2 : MK^2 = 9 : 4$, отсюда $S_{ABK} = 27$.

3) $S_{ABCD} = 2(S_{ABK} + S_{BCK}) = 2(27 + 18) = 90$.

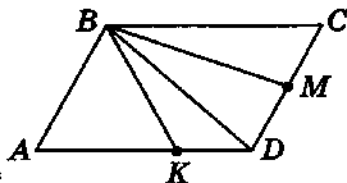


2.3. 20. Р е ш е н и е. 1) Проведем диагональ BD , $S_{ABD} = S_{CBD} = 0,5 S_{ABCD} = 24$.

2) Так как $AK : KD = 2 : 1$, то $AD : KD = 3 : 1$, Тогда $S_{BKD} = \frac{1}{3} S_{ABD} = 8$.

Так, как $DM = CM$, то $S_{BMD} = 0,5 S_{CBD} = 12$.

3) $S_{BMDK} = S_{BMD} + S_{BKD} = 12 + 8 = 20$.



2.4. 40,5. Р е ш е н и е:

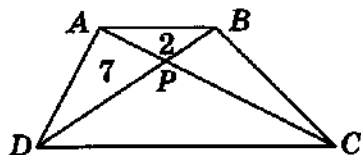
1) $S_{ABP} : S_{ADP} = BP : DP = 2 : 7$.

2) $\frac{S_{ABP}}{S_{CDP}} = \left(\frac{BP}{DP}\right)^2$ (так как тре-

угольники подобны),

тогда $\frac{2}{S_{CDP}} = \frac{4}{49}$, $S_{CDP} = 24,5$.

3) $S_{CBP} = S_{ADP} = 7$, тогда $S_{ABCD} = 2 + 7 + 7 + 24,5 = 40,5$.



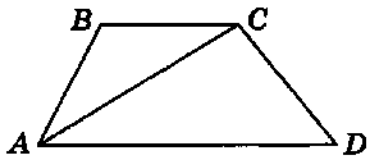
2.5. 120. Р е ш е н и е: 1) $\triangle ABC$: $P = 36$, по формуле Герона

$$S_{ABC} = \sqrt{18 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 1} = 36,$$

2) Площади треугольников ABC и ACD относятся как их основания

BC и AD , тогда $S_{ACD} = \frac{21}{9} \cdot 36 = 84$

3) $S_{ABACD} = 36 + 84 = 120$.



2.6. 3:2 У к а з а н и е. 1) Так как каждая медиана делит сторону треугольника пополам, то треугольник она делит на два равновеликих треугольника. 2) Используя то, что точка пересечения медиан делит каждую медиану на отрезки, длины которых относятся как 2:1, докажем, что при проведении всех медиан треугольник разделится на 6 равновеликих треугольников. Площадь каждого из них равна $\frac{1}{6}$ части исходного треугольника.

2.7. 4. У к а з а н и е. Искомый перпендикуляр является высотой треугольника, одна сторона которого — гипотенуза данного треугольника, а две другие — отрезки медиан. Площадь такого треугольника в 3 раза меньше площади данного треугольника (см. указание к задаче 2.6).

2.8. 5.

2.9. $5\frac{7}{13}$.

2.10. $\frac{33\sqrt{3}}{2}$.

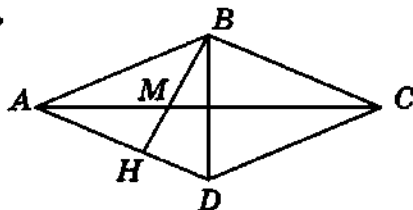
3. Свойство биссектрисы треугольника

3.1. $4(\sqrt{2}-1)$. Р е ш е н и е. 1) $S_{ABCD} = AB^2 \cdot \sin 45^\circ$, тогда

$$AB^2 = 8\sqrt{2} : \frac{\sqrt{2}}{2} = 16, AB = 4.$$

3) $\triangle ABH$ — прямоугольный, $\angle A = 45^\circ$, тогда

$$AH = BH = AB \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}.$$



4) AM — биссектриса треугольника ABH ,

$$\text{тогда } \Rightarrow \frac{BM}{HM} = \frac{AB}{AH}, \frac{BM}{2\sqrt{2} - BM} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}},$$

$$BM\sqrt{2} = 4\sqrt{2} - 2BM,$$

$$BM(2 + \sqrt{2}) = 4\sqrt{2}, BM = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)} = 4(\sqrt{2}-1).$$

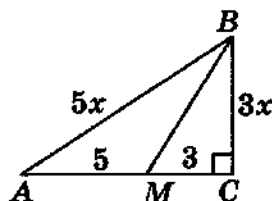
3.2. $12\sqrt{3}$.

3.3. 4.

3.4. 15. Р е ш е н и е. 1) BM — биссектриса, значит, $AM : MC = AB : BC = 5 : 3$, т. е. $AB = 5x$, $BC = 3x$,

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 4x = 8, x = 2.$$

2) $S_{ABM} = 0,5 \cdot 5 \cdot 6 = 15$.



3.5. 8 и 10.

3.6. 22,5.

3.7. 6.

3.8. $13\frac{1}{3}$.

3.9. 60. Р е ш е н и е. По условию $\frac{1}{2} AC \cdot BK = 160$, откуда $BK = 16$.

1) Из прямоугольного треугольника ABK

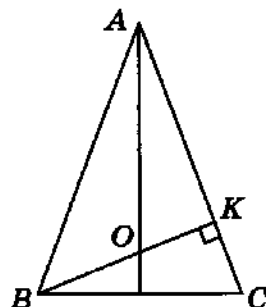
$$AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = 12$$

AN — биссектриса, значит, $BO : OK =$

$$= AB : AK = 20 : 12 = 5 : 3,$$

т. е. $BO = 5x$, $OK = 3x$, тогда $5x + 3x = 16$ и $x = 2$, а $BO = 10$.

3) $S_{AOB} = \frac{1}{2} BO \cdot AK = 0,5 \cdot 10 \cdot 12 = 60$.



3.10. $4\sqrt{5}$. Р е ш е н и е. 1) $\triangle ABH$: BO — биссектриса, $AB : BH =$
 $= AO : OH = 5 : 3$, тогда $AB = 5x$, $BH = 3x$.

2) По теореме Пифагора

$$AH = \sqrt{25x^2 - 9x^2} = 4x.$$

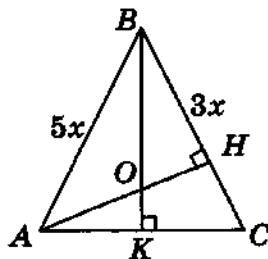
Так как $4x = 8$, то $x = 2$, тогда $AB = BC =$
 $= 10$, $BH = 6$, $CH = 4$.

3) В прямоугольном треугольнике ACH

$$AC = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}.$$

4) $2S_{ABC} = AH \cdot BC = AC \cdot BK$,

$$BK = \frac{8 \cdot 10}{4\sqrt{5}} = \frac{20}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5}.$$



3.11. $41\frac{1}{7}$.

3.12. 6.

4. Подобие треугольников

4.1. 12. Р е ш е н и е. 1) $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ (прямоугольные, $\angle A$ — общий). $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{DE}$

2) $AC = 6 + 4 = 10$.

3) $\frac{AB}{6} = \frac{10}{5}$, откуда $AB = \frac{10 \cdot 6}{5} = 12$.

4.2. 8 см.

4.3. 6 см.

4.4. 6 см.

4.5. 2,4. У к а з а н и е. Используя свойство биссектрисы треугольника, докажем, что боковые стороны точками M и K делятся в одинаковом отношении. Тогда $\triangle MBK$ подобен треугольнику ABC по двум сторонам и углу между ними.

4.6. 13,5. У к а з а н и е. Отрезок MK отсекает от данного треугольника подобный ему треугольник с коэффициентом подобия, равным $BK:AC = \frac{1}{3}$. Тогда площадь отсекаемого треугольника

равна $\frac{1}{9}$ площади исходного треугольника, а площадь четырехугольника $AMKC$ составляет $\frac{8}{9}$ площади треугольника ABC .

4.7. 43,2.

4.9. $3\sqrt{10}$.

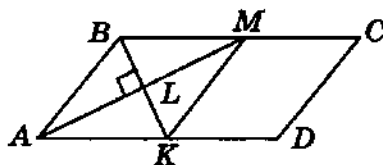
4.8. $2\sqrt{6}$.

4.10. 6.

5. Биссектриса параллелограмма, прямоугольника, трапеции

5.1. Р е ш е н и е.

1) Так как AM и BK — биссектрисы параллелограмма, то $AB = BM$ и $AB = AK$, так как каждая из них отсекает от параллелограмма равнобедренный треугольник.



2) $ABMK$ — параллелограмм (так как $BM \parallel AK$ и $BM = AK$), тогда $AL = 12$, $BL = 5$ (по свойству диагоналей параллелограмма).

3) Так как AM и BK — биссектрисы соседних углов параллелограмма, то $AM \perp BK$. Значит, $AB^2 = 144 + 25 = 169$, $AB = 13$. Ответ: 13.

5.2. 2.

5.3. 50.

5.4. 18.

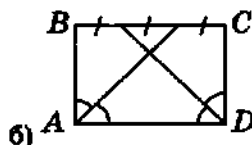
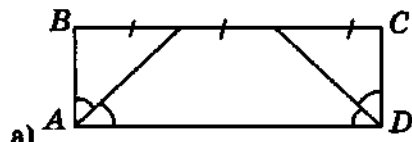
5.5. 77.

5.6. 36.

5.7. квадрат.

5.8. 42° .

5.9. 32 см или 40 см. У к а з а н и е. Возможны два случая расположения биссектрис:



5.10. 2.

5.12. 56.

5.11. 34.

5.13. 15.

6. Продление медианы треугольника

6.1. 24.

6.5. 36.

6.2. $\frac{4}{11}$.

6.6. 8.

6.3. 6.

6.7. 16.

6.4. 18.

6.8. 10.5.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Тематика контрольных работ

Каждая тематическая контрольная работа направлена на проверку усвоения материала главы учебника. Одна из итоговых контрольных работ проверяет усвоение материала, изучавшегося в 9 классе, другая составлена по материалу всего курса планиметрии. Указанные ниже проверяемые элементы знаний отражают только тот материал, который изучался в данной теме. При этом, естественно, задачи тематической контрольной работы могут проверять также и усвоение сведений, изучавшихся в предыдущих темах.

Контрольная работа № 1

Векторы. Метод координат

- равенство векторов, координаты и модуль вектора, сложение векторов и умножение вектора на число;
- координаты середины и длина отрезка, заданного координатами концов;
- уравнение окружности;
- средняя линия трапеции.

Контрольная работа № 2

Соотношения между сторонами и углами треугольника.

Скалярное произведение векторов

- теорема синусов, теорема косинусов;
- формула площади треугольника;
- скалярное произведение векторов.

Контрольная работа № 3

Длина окружности и площадь круга

- правильные многоугольники;
- длина окружности и длина дуги окружности;
- площадь круга и кругового сектора.

Контрольная работа № 4
Движения

- понятие движения;
- симметрия относительно прямой, симметрия относительно точки, параллельный перенос; поворот.

Контрольная работа № 5
Начальные сведения из стереометрии

- геометрические тела: призма, параллелепипед, пирамида, цилиндр, конус;
- свойства правильной призмы и правильной пирамиды;
- объемы тел, боковая поверхность цилиндра и конуса;
- сечение прямоугольного параллелепипеда плоскостью.

Итоговая контрольная работа за курс 9 класса

- координаты середины отрезка, заданного координатами концов;
- равенство векторов, модуль вектора;
- скалярное произведение векторов;
- теорема синусов, теорема косинусов;
- длина окружности и площадь круга;
- площадь правильного многоугольника.

Итоговая контрольная работа за курс 7–9 классов

- свойства параллелограмма, прямоугольника и ромба;
- признаки подобия треугольников;
- средняя линия треугольника;
- формулы площади треугольника;
- теорема Пифагора и определения синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника;
- теорема синусов, теорема косинусов.

Учебное издание

**Мельникова Наталия Борисовна
Захарова Галина Алексеевна
Дидактические материалы
по геометрии
9 класс**

к учебнику Л. С. Атанасяна и др.
«Геометрия. 7–9 классы»

Издательство «**ЭКЗАМЕН**»

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU.НА34.Н08638 с 07.08.2018 г.

Главный редактор *Л. Д. Лапто*

Редактор *И. М. Бокова*

Технический редактор *Л. В. Павлова*

Корректоры *Т. И. Шитикова, Л. И. Иванова*

Дизайн обложки *М. С. Михайлова*

Компьютерная верстка *Д. С. Ахтырская*

Россия, 107045, Москва, Луков пер., д. 8.

www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;

по вопросам реализации: sale@examen.biz

тел./факс 8(495)641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры,
литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ООО «Красногорская типография». 143405, Московская область,
г. Красногорск, Коммунальный квартал, дом 2. www.ktprint.ru

По вопросам реализации обращаться по тел.:
8(495)641-00-30 (многоканальный).